BASES TEÓRICAS PARA LA FORMULACIÓN DE UN PROYECTO PAÍS

Ing. Eduardo Capiello

Objetos y Sistemas

Objeto

Un objeto posee un conjunto de atributos o variables de acuerdo a su finalidad.

A este grupo de variables o atributos se les llama variables terminales y a las relaciones que existen éstas se designan por relaciones terminales.

Un objeto, de acuerdo a su finalidad, está caracterizado por el grupo de relaciones terminales que existen entre sus variables terminales.

Sistema

Un sistema es un conjunto de objetos relacionados entre sí, teniendo un conjunto de variables terminales y un grupo de relaciones terminales que lo caracterizan.

Variables Terminales

Es de suponer que las variables terminales son funciones escalares del tiempo y pueden ser designadas por las componentes de un vector.

A éste se llama vector función terminal del sistema.

Si se efectúa una separación de las variables terminales, donde un grupo está formado por las variables de entrada (causa) y el otro lo forman las variables de salida (efecto), se dice que el sistema está orientado; por el contrario, si en el sistema no se hace una separación explícita de las variables terminales se dice que el sistema es no orientado.

Las variables de entrada

$u_1(t);\ u_2(t); \ldots\ldots\ u_n(t)$

forman el vector de entrada

$u(t)$

El rango de este vector representa el espacio de entrada,

$E\{u(t)\}$

Normalmente se supone que el espacio de entrada no depende del tiempo.

Las variables terminales de salida

$y_1(t); y_2(t); \ldots\ldots\ldots y_m(t)$

constituyen el vector de salida

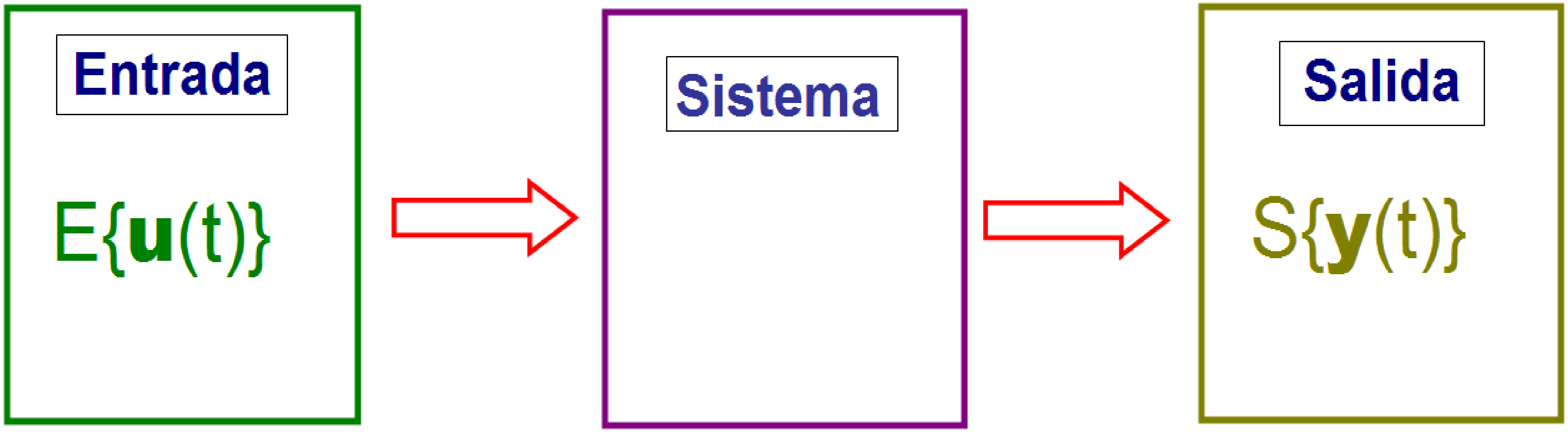
$y(t)$;

cuyo rango

$S\{y(t)\}$

determina el espacio de salida independiente del tiempo.

Representación Gráfica del Sistema



En el espacio de entrada

$$E\{u(t)\}$$

la expresión

$$\underline{u}(t_0\,,\,t)$$

representa un segmento generado por el vector

$$u(t)$$

para el lapso de tiempo

$$\mathbf{t_0 \leq t \leq t}\ ;$$

de igual forma

$$\underline{y}(t_0\,,\,t)$$

representa un segmento en el espacio

$$S\{y(t)\}$$

No siempre existe una relación unívoca entre un segmento de entrada

$\underline{u}(t_0\, ,\, t)$

y uno de salida

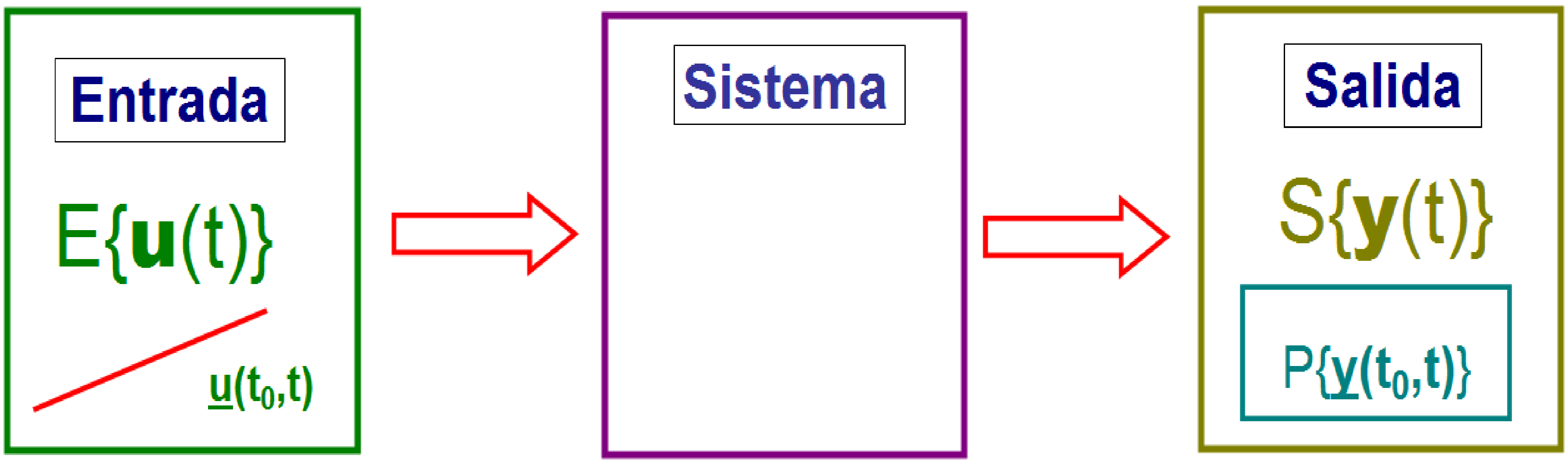
$\underline{y}(t_0\, ,\, t)$

e inversamente tampoco.

A cada segmento de entrada $\underline{u}(t_0\,, t)$ le puede corresponder un grupo de segmentos de salida

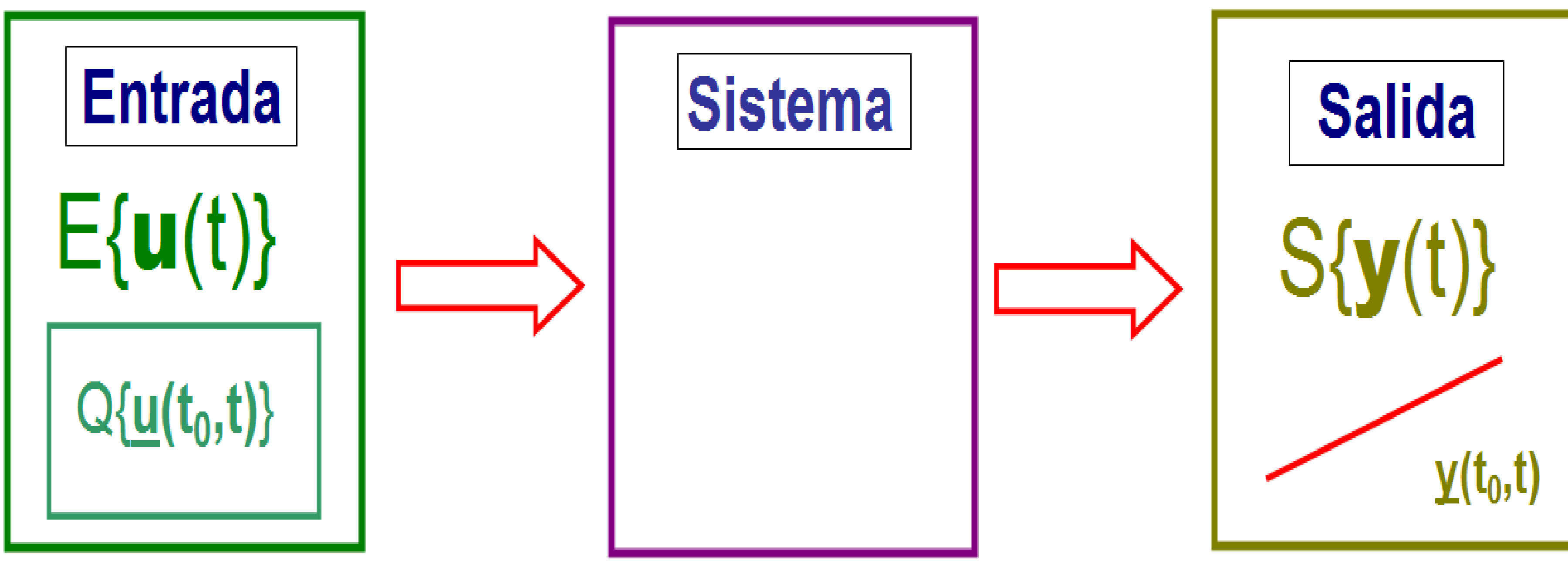
representados por $P\{\underline{y}(t_0\,, t)\}$

$$\underline{u}(t_0\,, t) \rightarrow P\{\underline{y}(t_0\,, t)\} \subset S\{y(t)\}$$



A cada segmento de salida $\underline{y}(t_0 , t)$ le puede corresponder un grupo de segmentos de entrada representados por $Q\{\underline{u}(t_0 , t)\}$

$$\underline{y}(t_0 , t) \rightarrow Q\{\underline{u}(t_0 , t)\} \quad E\{u(t)\}$$



Para relacionar un

$\underline{u}(t_0 , t)$

con un

$\underline{y}(t_0 , t)$

se debe tener alguna otra información

Como los espacios de entrada

$E\{u(t)\}$

y salida

$S\{y(t)\}$

están totalmente definidos, esta información tiene que estar íntimamente vinculada con el

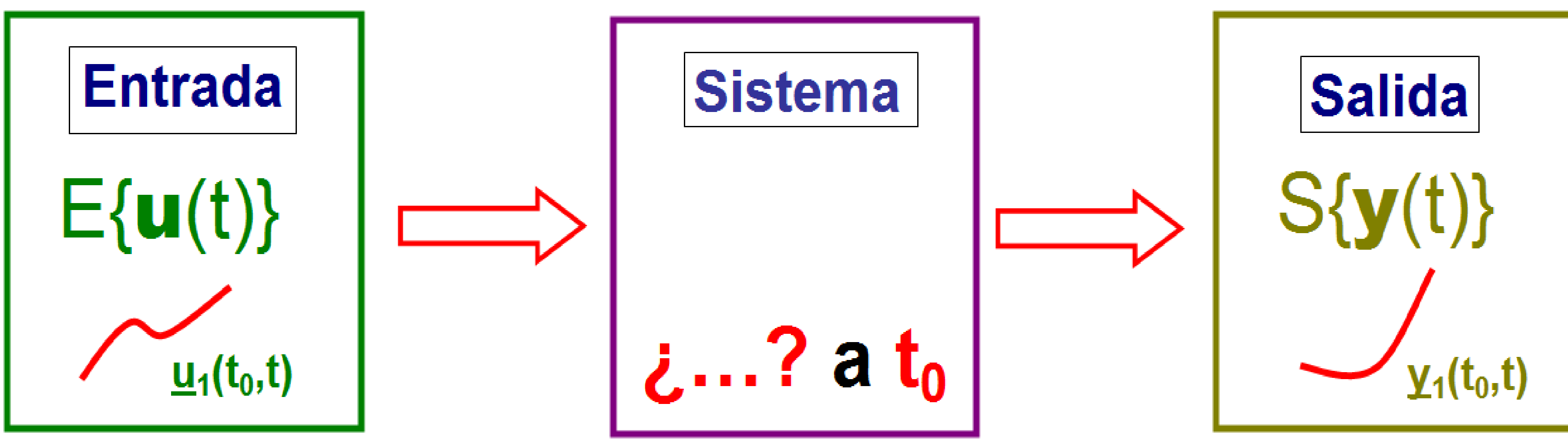
Sistema

Cabe preguntarse:

¿Qué se debe conocer del sistema al tiempo t_0 para que al aplicarle el segmento

$\underline{u}_1(t_0 , t)$

responda con el segmento $\underline{y}_1(t_0 , t)$?



La respuesta es:

Basta conocer la Historia pasada del Sistema entre

-◎ 🖫 $t \leq t_0$

Se podría preguntar:
¿Si es necesario conocer la historia en todo el intervalo?

Lógicamente no es una condición necesaria.

Se puede demostrar que la forma de asociar cada $\underline{u}_1(t_0 , t)$ **con su respectivo** $\underline{y}_1(t_0 , t)$ **en mediante un parámetro, con lo cual se establecen los diferentes niveles o estados del sistema**

El parámetro se designa por el vector

$s(t)$

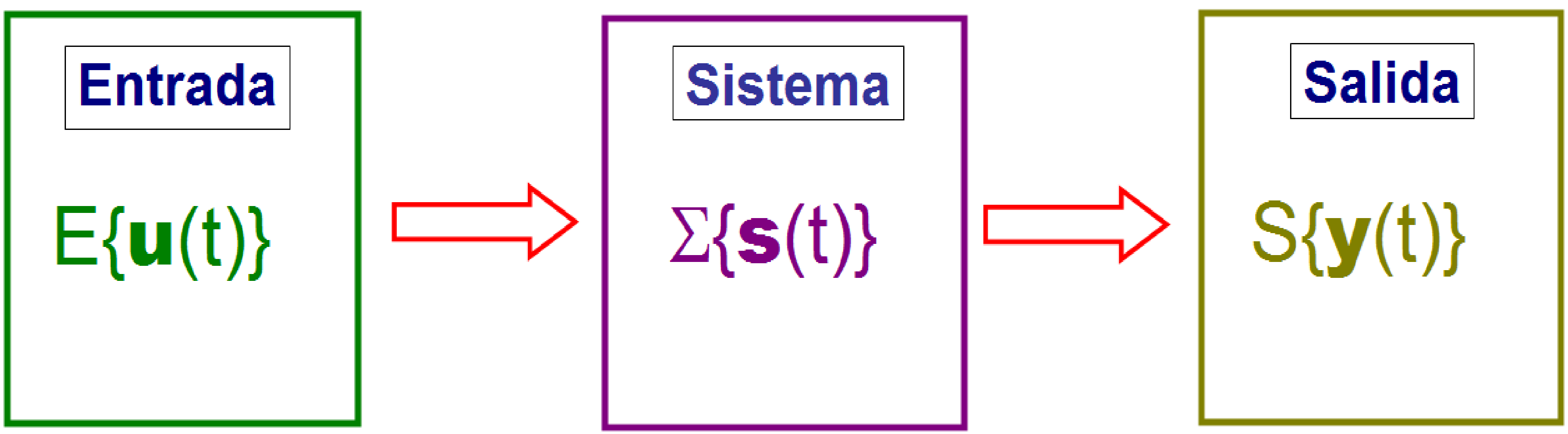
con componentes

$s_1(t), s_2(t), \ldots\ldots x_n(t)$

El rango de este vector determina el espacio de estado

$\{s(t)\}$

independiente del tiempo



Si

$s(t_0)$

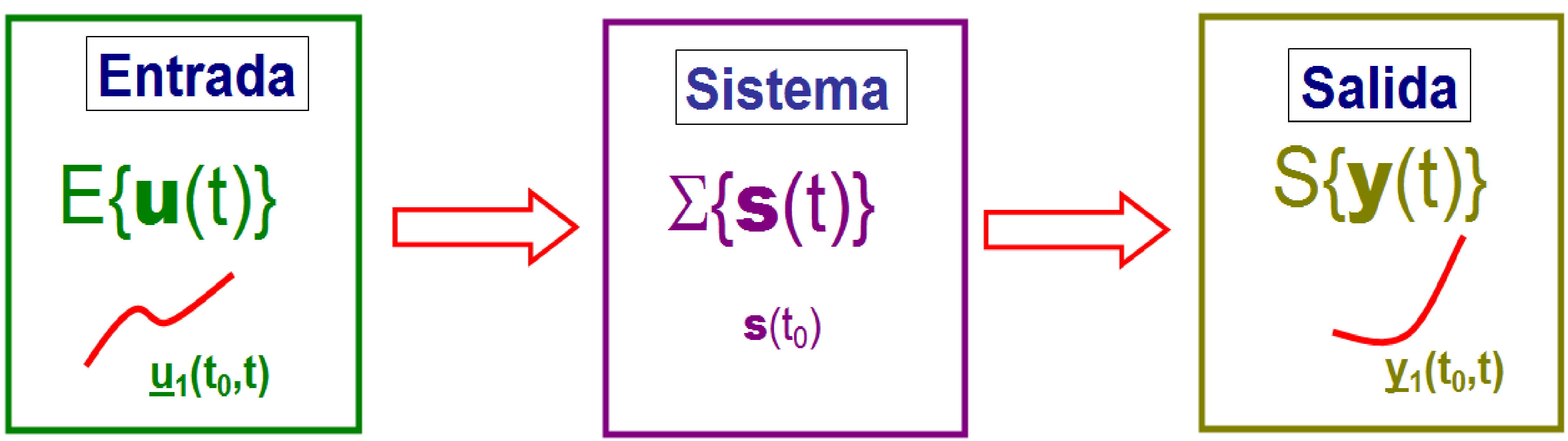
permite relacionar un

$\underline{u}_1(t_0 , t)$

con

$\underline{y}_1(t_0 , t)$

éste contiene aquella parte de la historia pasada necesaria y suficiente para determinar unívocamente la relación entre los segmentos de entrada y salida



La relación que enlaza los tres espacios toma la siguiente forma

$$\underline{y}\,(t_0\,,\,t) = \text{✈}\;\;[\,s(t_0)\;;\;\underline{u}\,(t_0\,,\,t)\,]$$

Si existe una relación entre los segmentos de entrada $\underline{u}\,(t_0\,,\,t)$ y salida $\underline{y}\,(t_0\,,\,t)$ también existe la relación

$$y\mathbf{(t)} = \text{✠}\,[\,s(t_0)\;;\;u\mathbf{(t)}\,]$$

entre la función de entrada $u\mathbf{(t)}$ y de salida $y\mathbf{(t)}$

La propiedad básica del estado

$s(t_0)$

es la de separar la historia pasada de la futura, suministrando en t_0 toda la información necesaria para construir esta última conociendo la entrada

$u(t)$

a partir de t_0.

De igual forma, dado un vector $y(\mathbf{t})$ y un vector $u(\mathbf{t})$ o en segmentos, un $\underline{y}(t_0 , t)$ y un $\underline{u}(t_0 , t)$ para un intervalo $\mathbf{t_0 \leq t \leq t}$ existe un vector de estado

$s(t_0)$

en el espacio

🌢

que cumpla con las ecuaciones

$y(\mathbf{t})$ = ✠ [$s(t_0)$; $u(\mathbf{t})$]

y

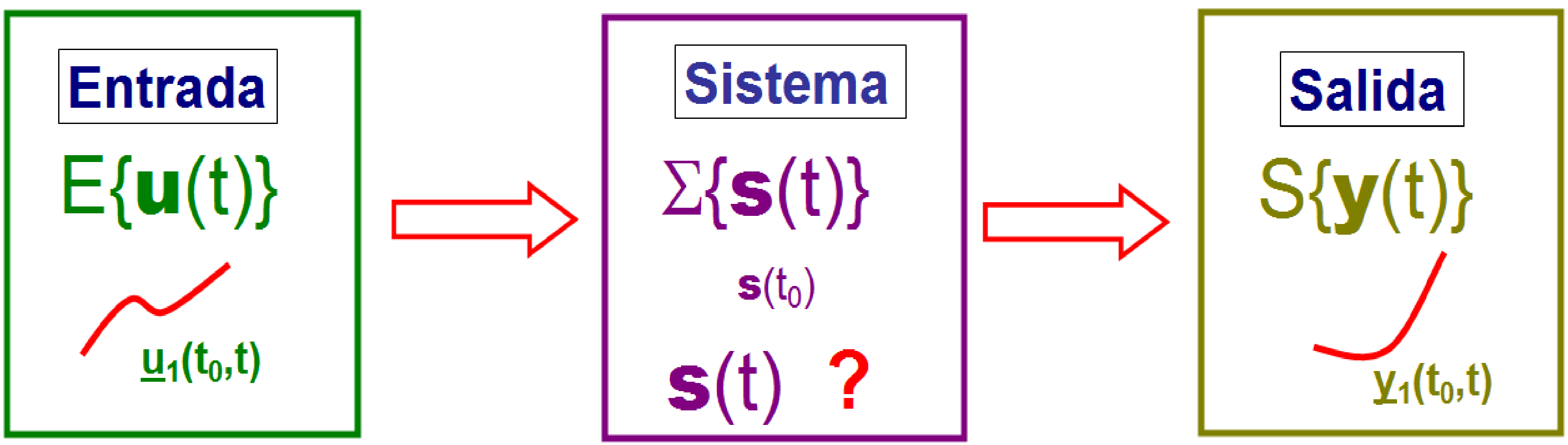
$\underline{y}(t_0 , t)$ = ✈ [$s(t_0)$; $\underline{u}(t_0 , t)$]

Hasta ahora se ha establecido la relación que existe entre la entrada y la salida a partir del estado $s(t_0)$

Las pregunta son:

¿Qué pasa en el espacio ?

¿Cómo se relaciona el vector $s(t)$ de estado del sistema con la entrada $u(\mathbf{t})$ a partir del estado $s(t_0)$?



La solución se consigue partiendo el segmento de entrada en dos y aplicando la ecuación anterior a las dos secciones del segmento.

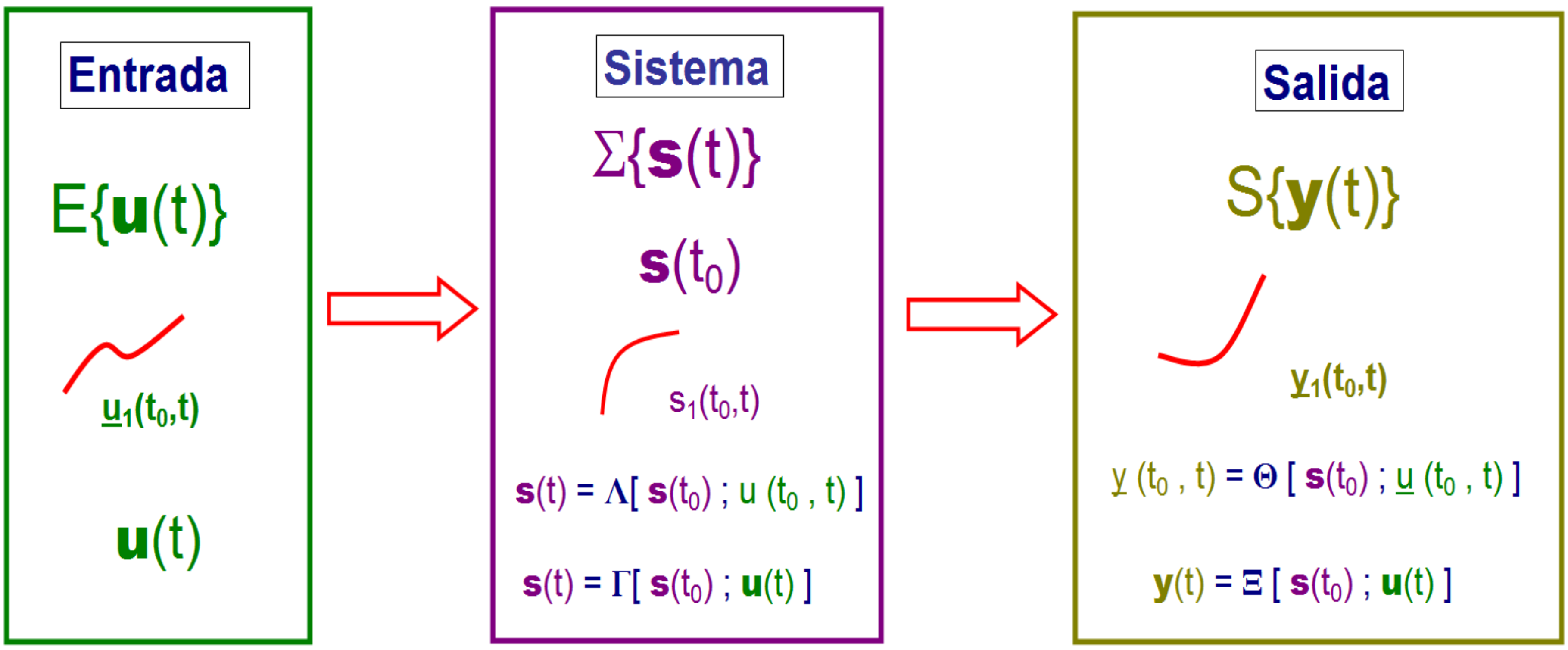
El análisis de las ecuaciones resultantes implica que existe la relación

s(t) = ☹☯ s(t_0) ; <u>u</u> (t_0 , t)]

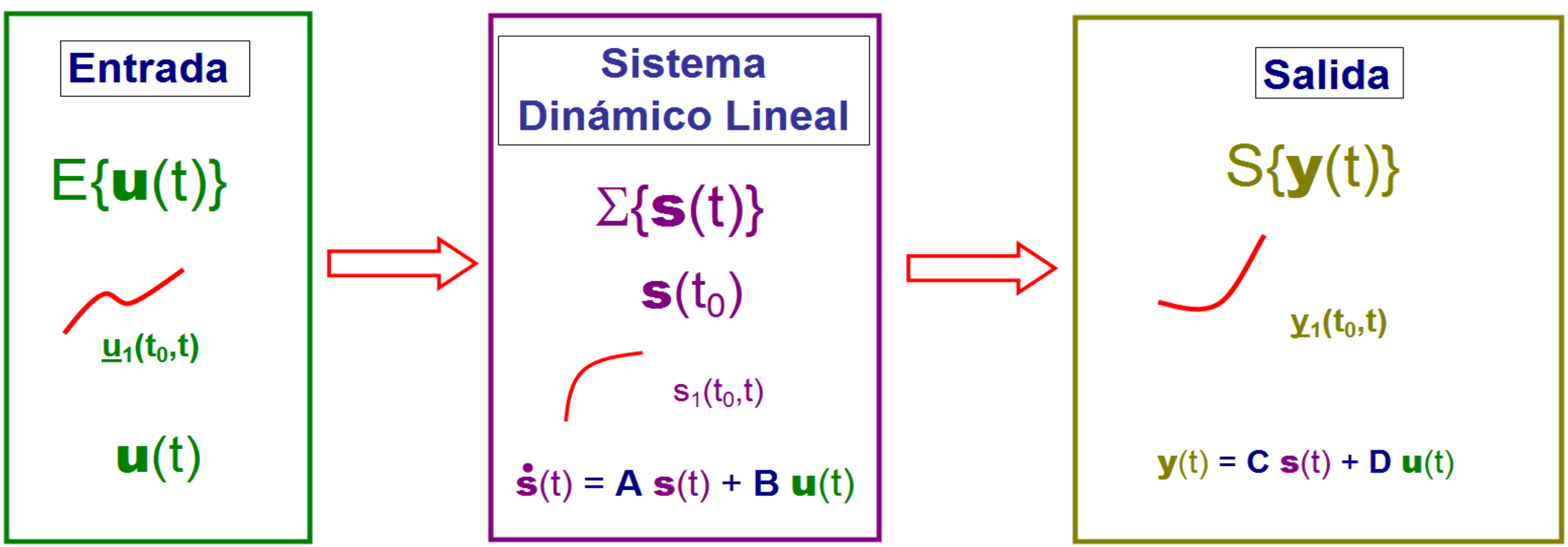
y también

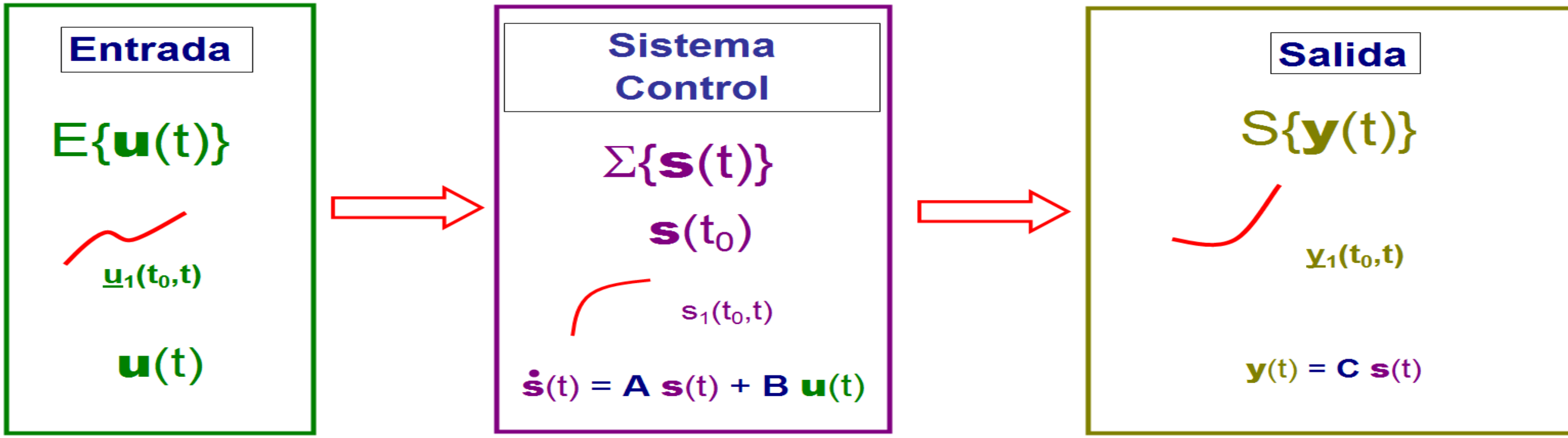
s(t) = ☝☯ s(t_0) ; u**(t)**]

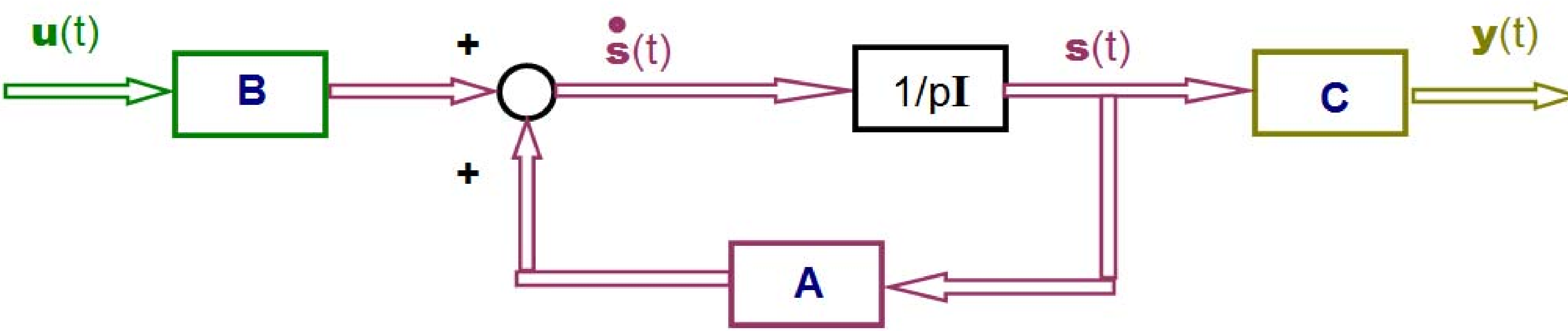
El comportamiento de un sistema está regido por dos ecuaciones, las cuales permiten relacionar tanto el estado futuro $s(t)$ como la salida futura $y(t)$ con el estado actual $s(t_0)$ y la entrada futura $u(t)$



En ingeniería la mayoría de las relaciones vienen dada por ecuaciones diferenciales o por diferencias finitas. Estos sistemas se llaman Sistemas Dinámicos



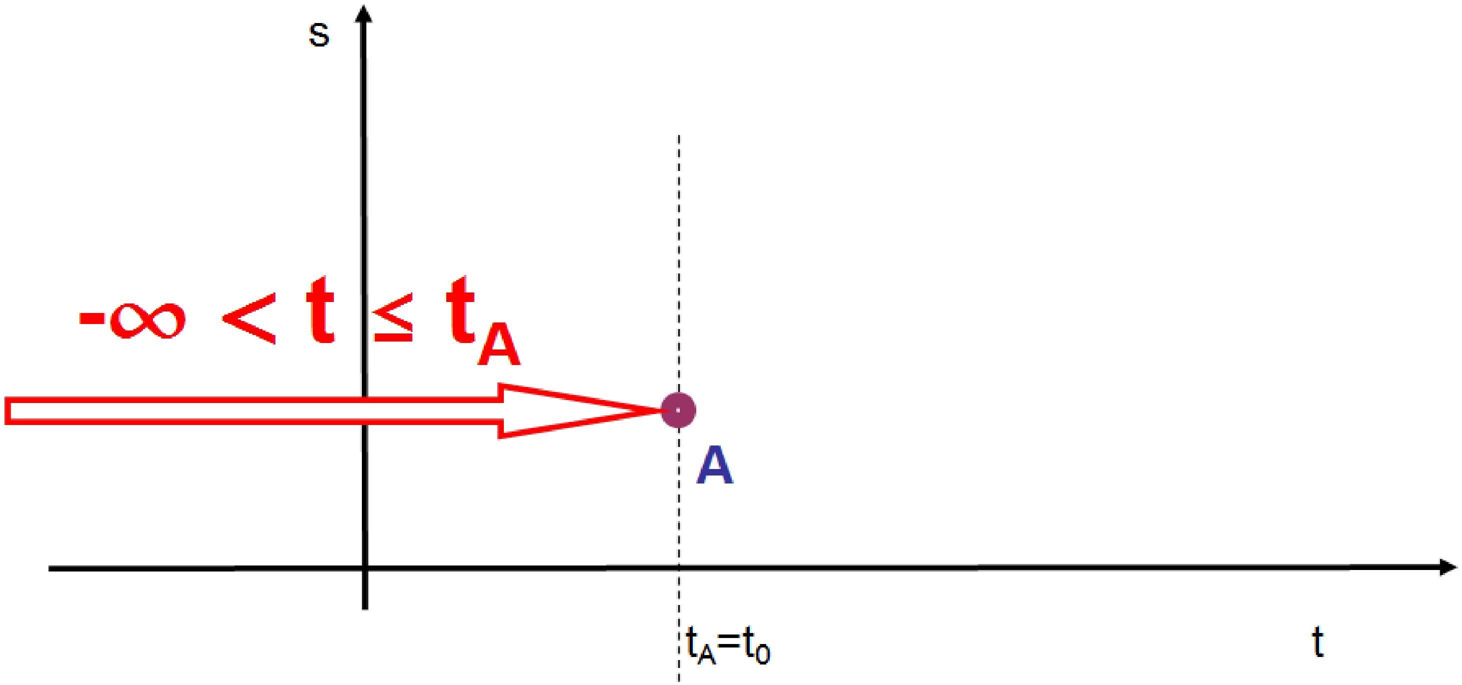




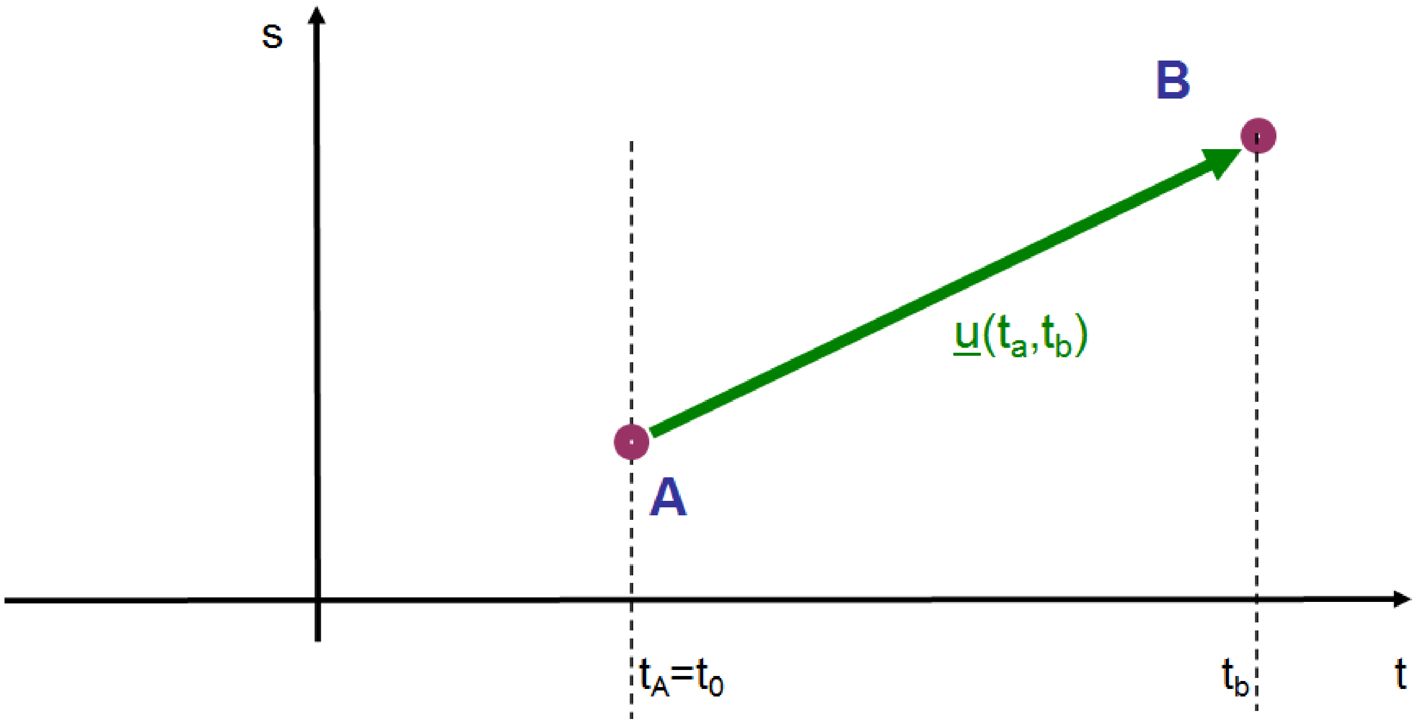
$\mathbf{u}(t)$	Vector de control	$\mathbf{A}$	Matriz del Sitema
$\mathbf{s}(t)$	Vector de estado	$\mathbf{B}$	Matriz de Control
$\mathbf{y}(t)$	Vector de salida	$\mathbf{C}$	Matriz de Salida
		$\mathbf{I}$	Matriz de Identidad

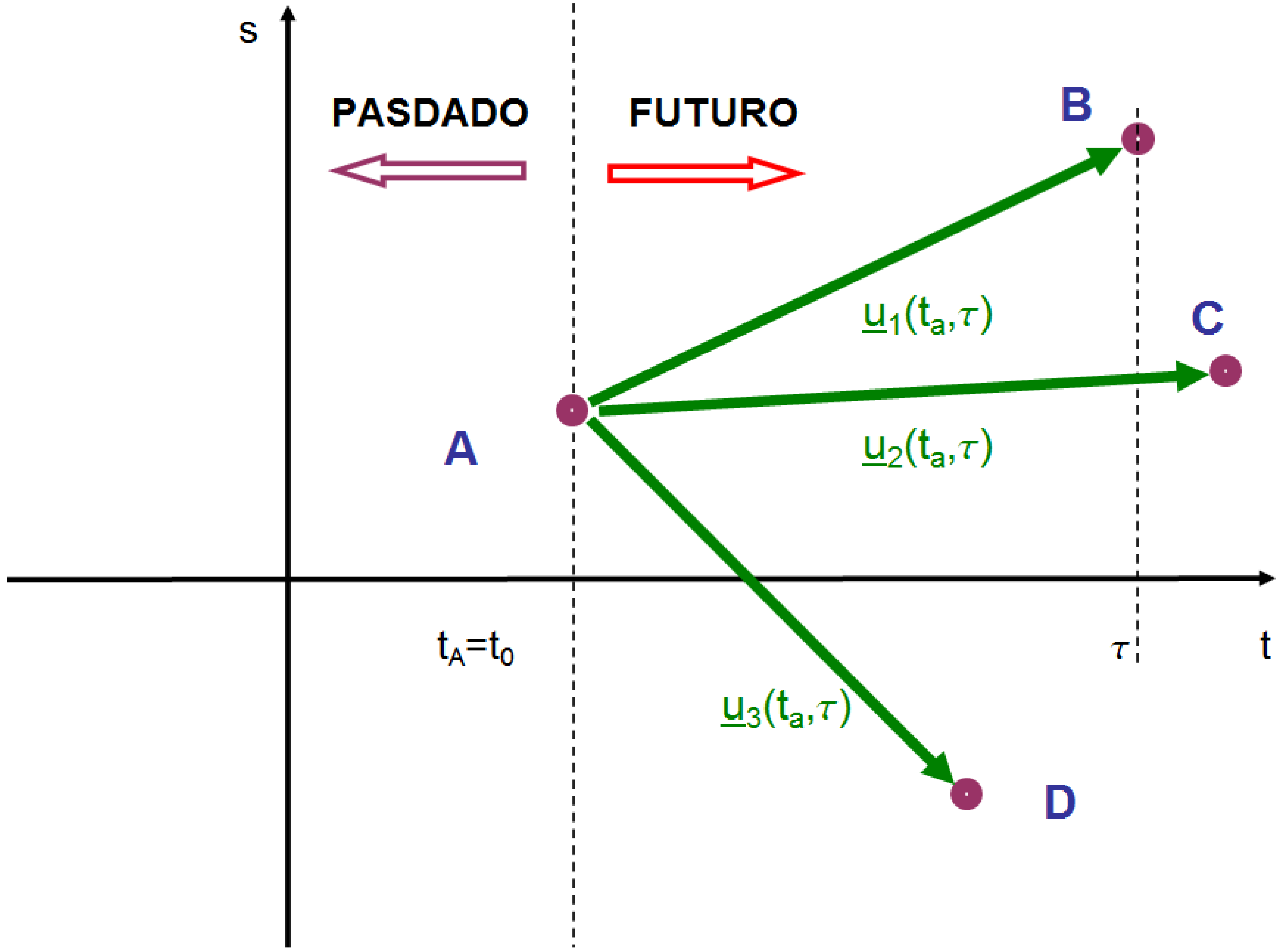
CONCLUSIONES

El estado actual en que se encuentra un sistema es consecuencia de toda su historia, desde menos infinito hasta el tiempo actual.

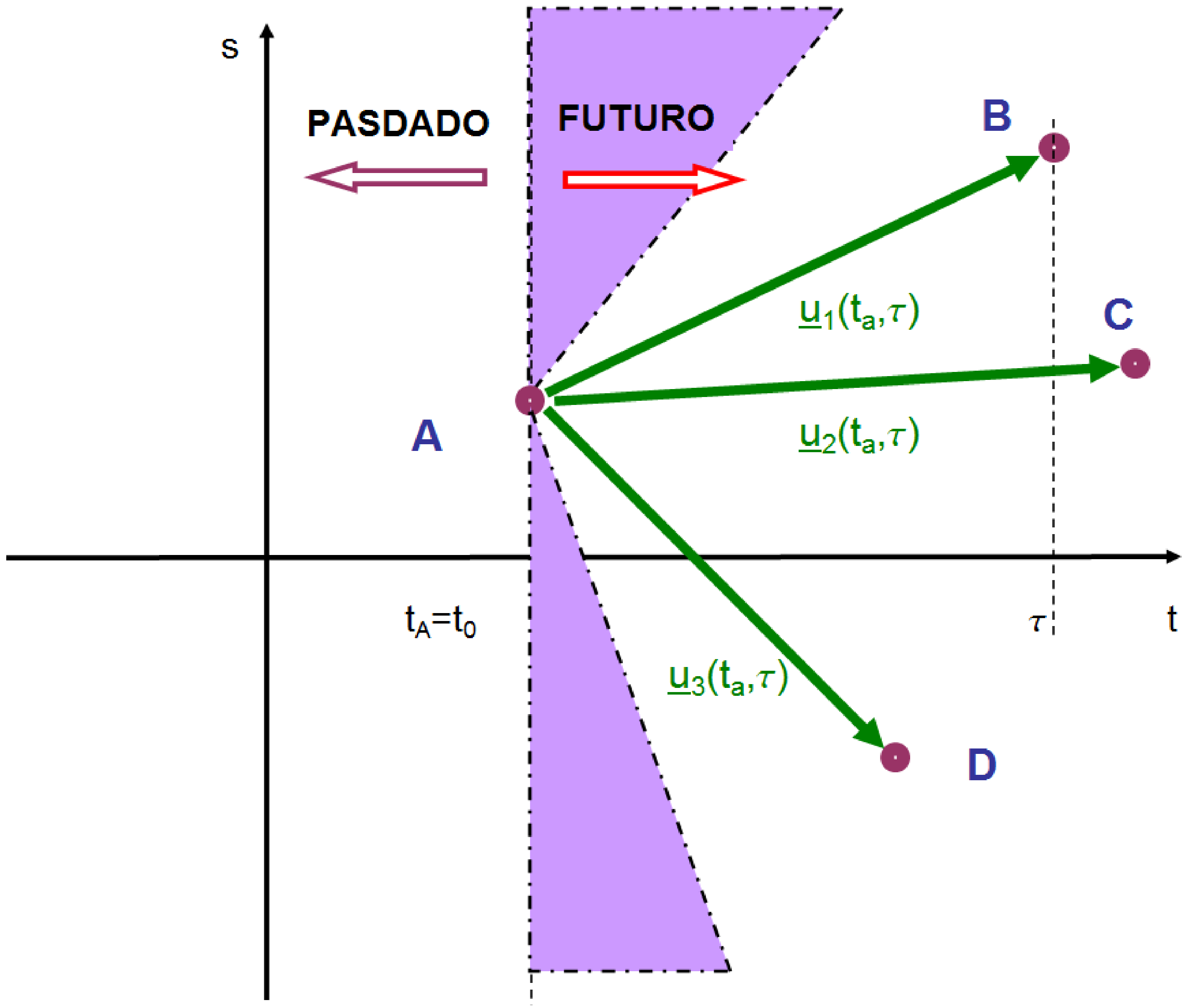


El estado actual depende del estado pasado y del segmento de entrada entre ambos estados.

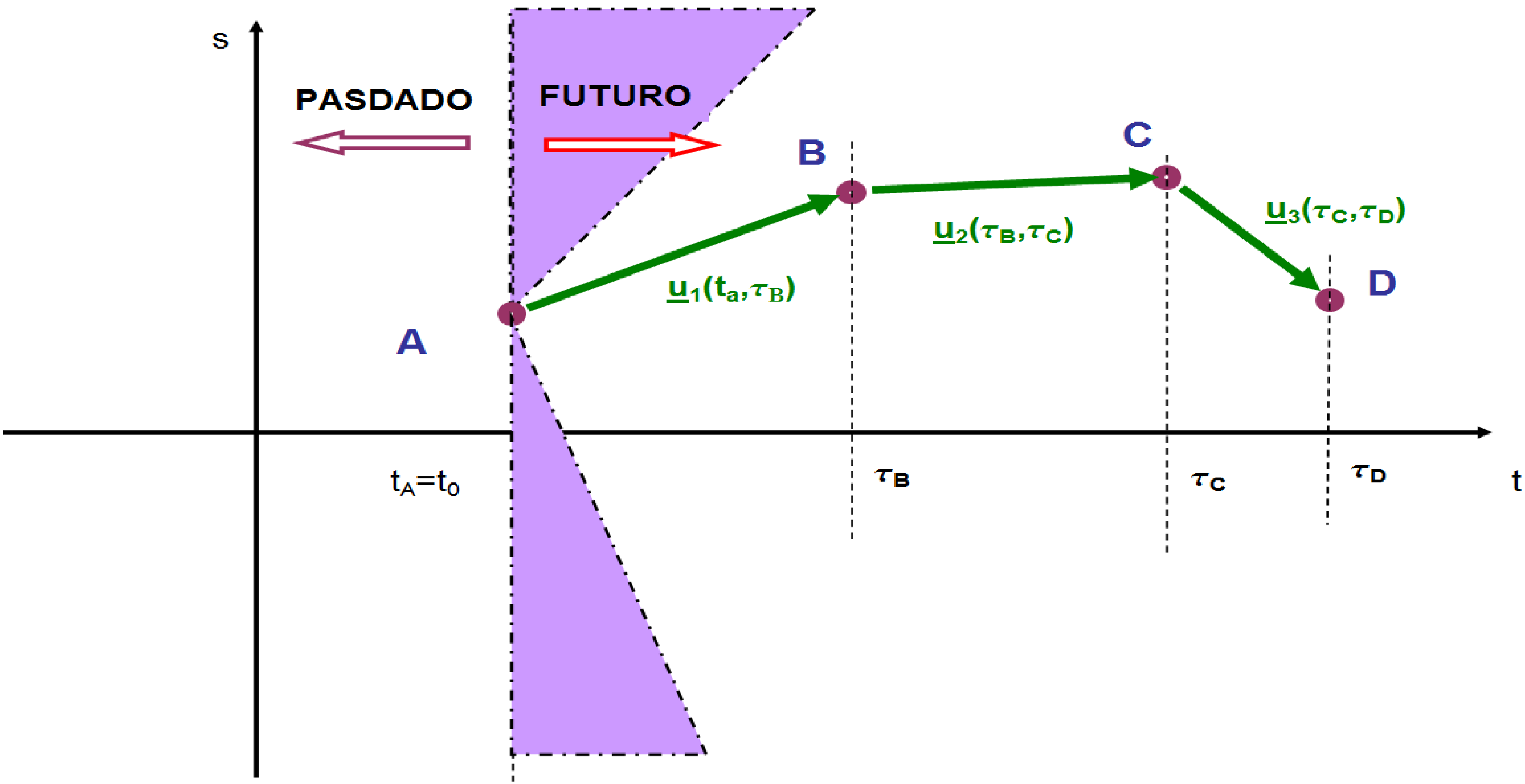




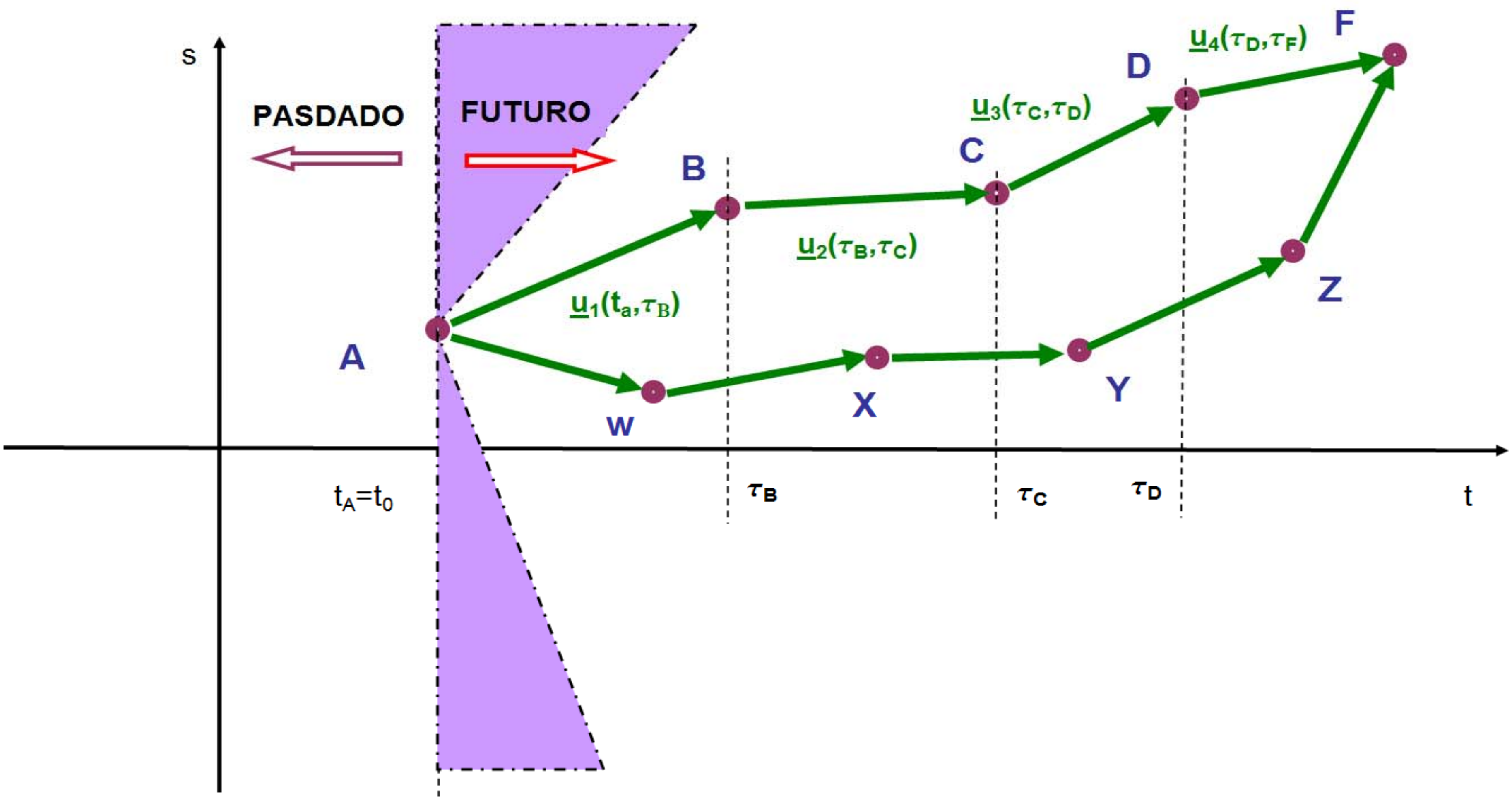
s
PASDADO
FUTURO
B
C
A
D
$\underline{u}_1(t_a,\tau)$
$\underline{u}_2(t_a,\tau)$
$\underline{u}_3(t_a,\tau)$
$t_A=t_0$
τ
t


s
PASDADO
FUTURO
B
C
A
D
$\underline{u}_1(t_a,\tau)$
$\underline{u}_2(t_a,\tau)$
$\underline{u}_3(t_a,\tau)$
$t_A=t_0$
τ
t

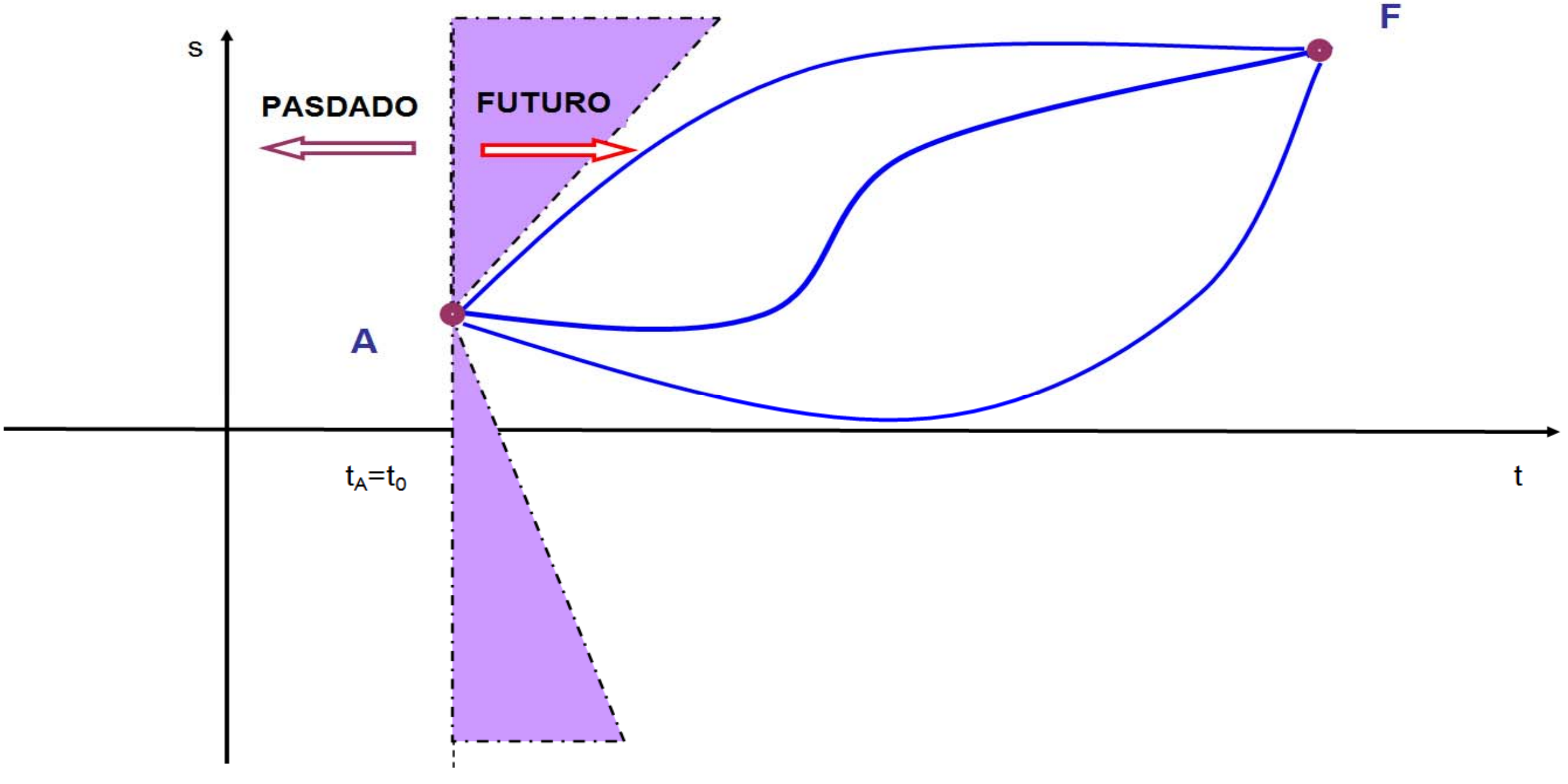
A una secuencia de segmentos de entrada le corresponde una secuencia de segmento de estado y de salida o viceversa.



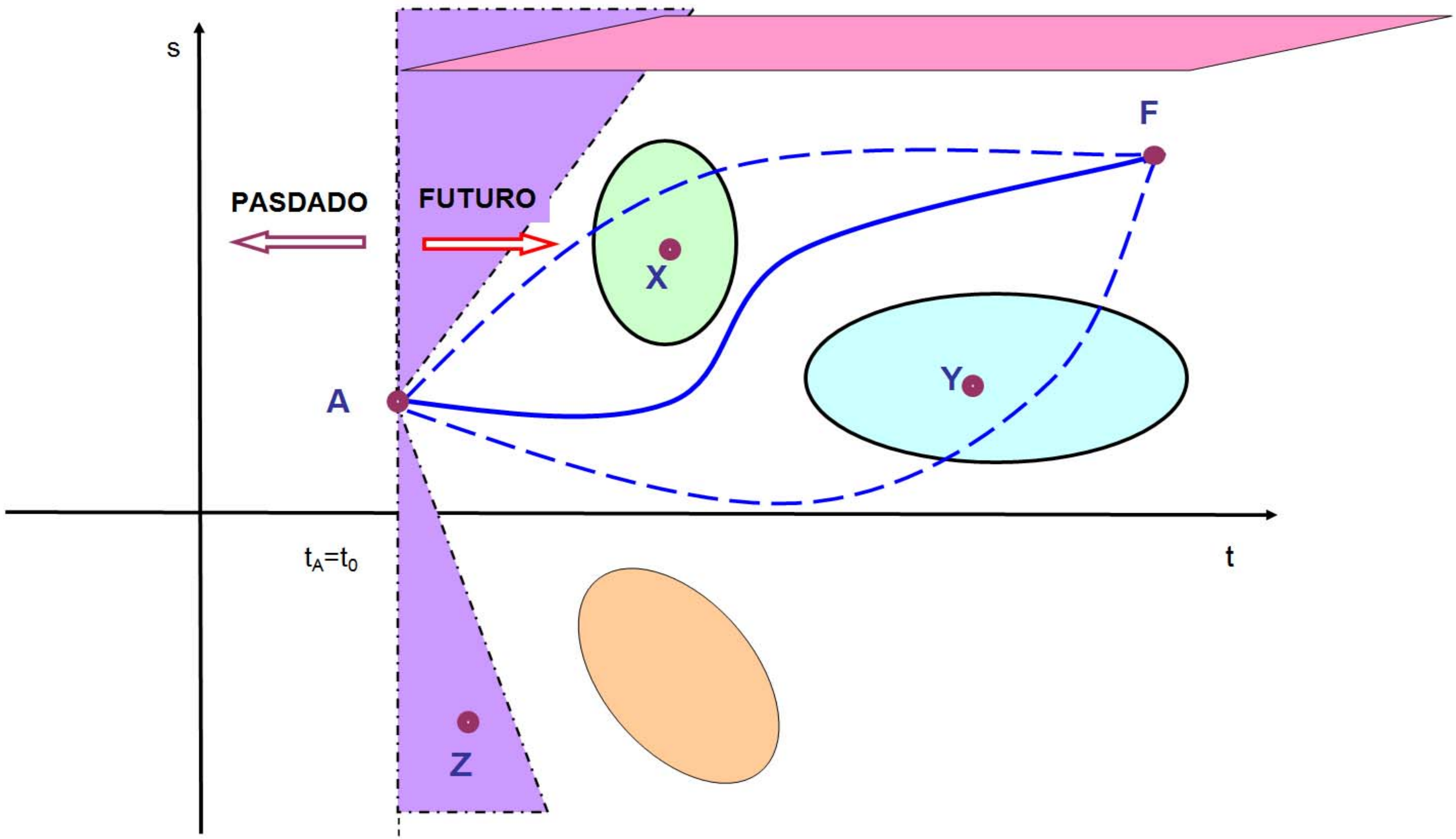
Para ir del estado A, actual, al estado F, futuro, existe un número infinito de secuencias de segmentos de entrada



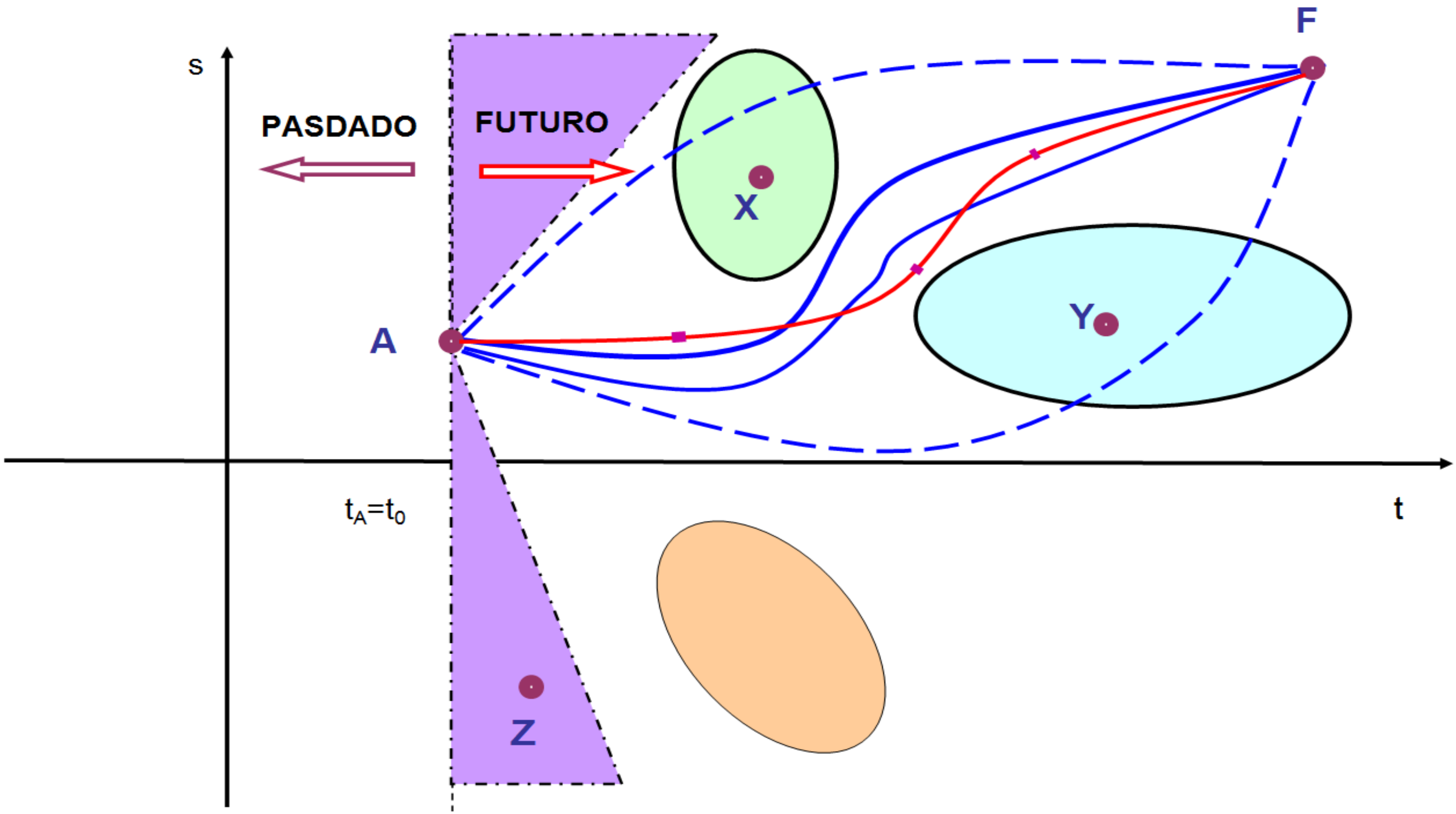
Las trayectorias que conducen desde el estado A, actual al estado F, futuro, son infinitas



Existen en los espacios de entrada, estado y salida una serie de limitantes, los cuales impiden alcanzar ciertos valores, estados y trayectorias



Al optimizar una figura de merito para ir del estado A al F se requiere que cada micro paso en esa trayectoria sea optimo.



Función Escalón

Definición

La función escalón se define como:

$u(x)=0$ si $x<0$

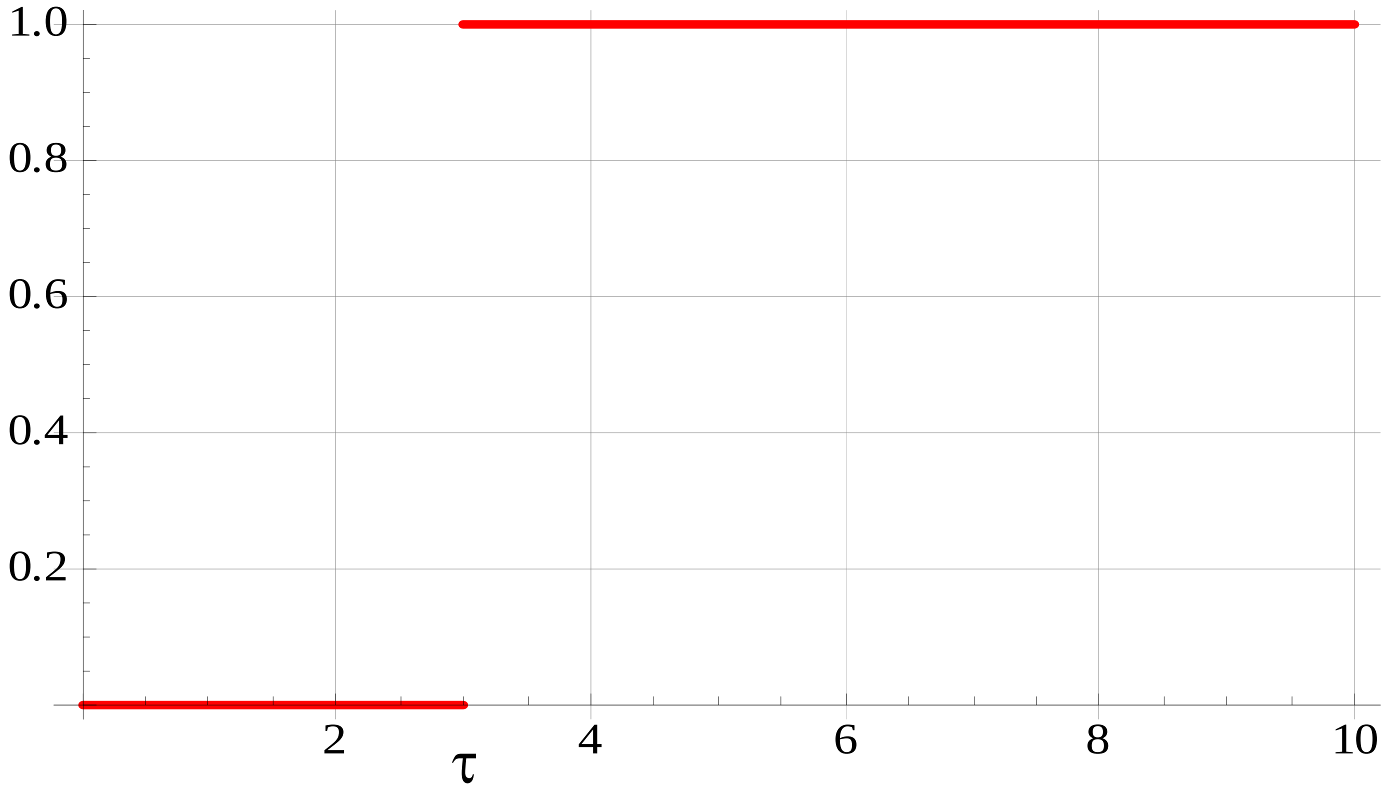
$u(x)=1$ si $x>0$

o

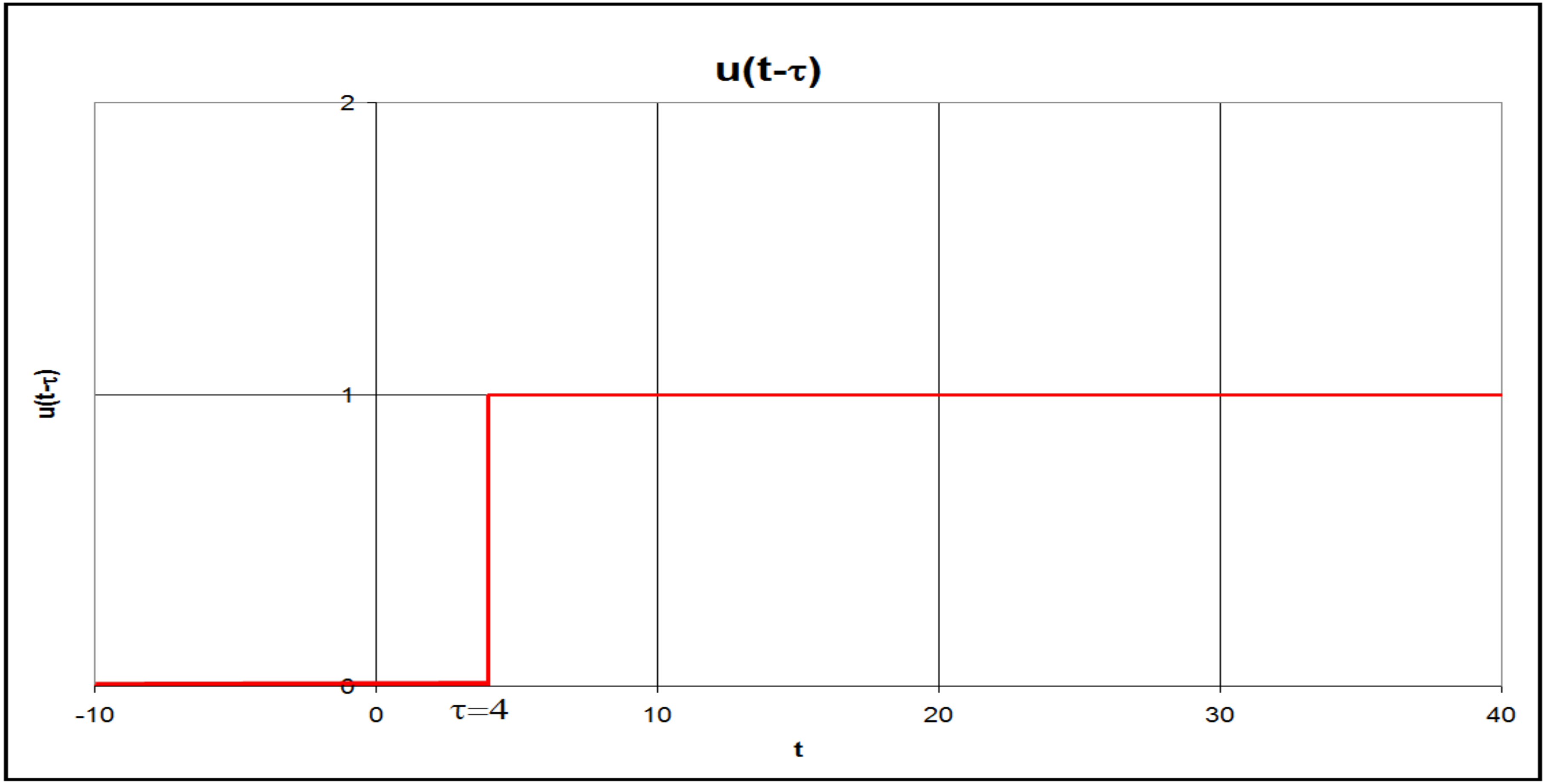
$u(t-\tau)=0$ si $t<\tau$

$u(t-\tau)=1$ si $t>\tau$

La representación gráfica de $U(t-\tau)$ es la siguiente

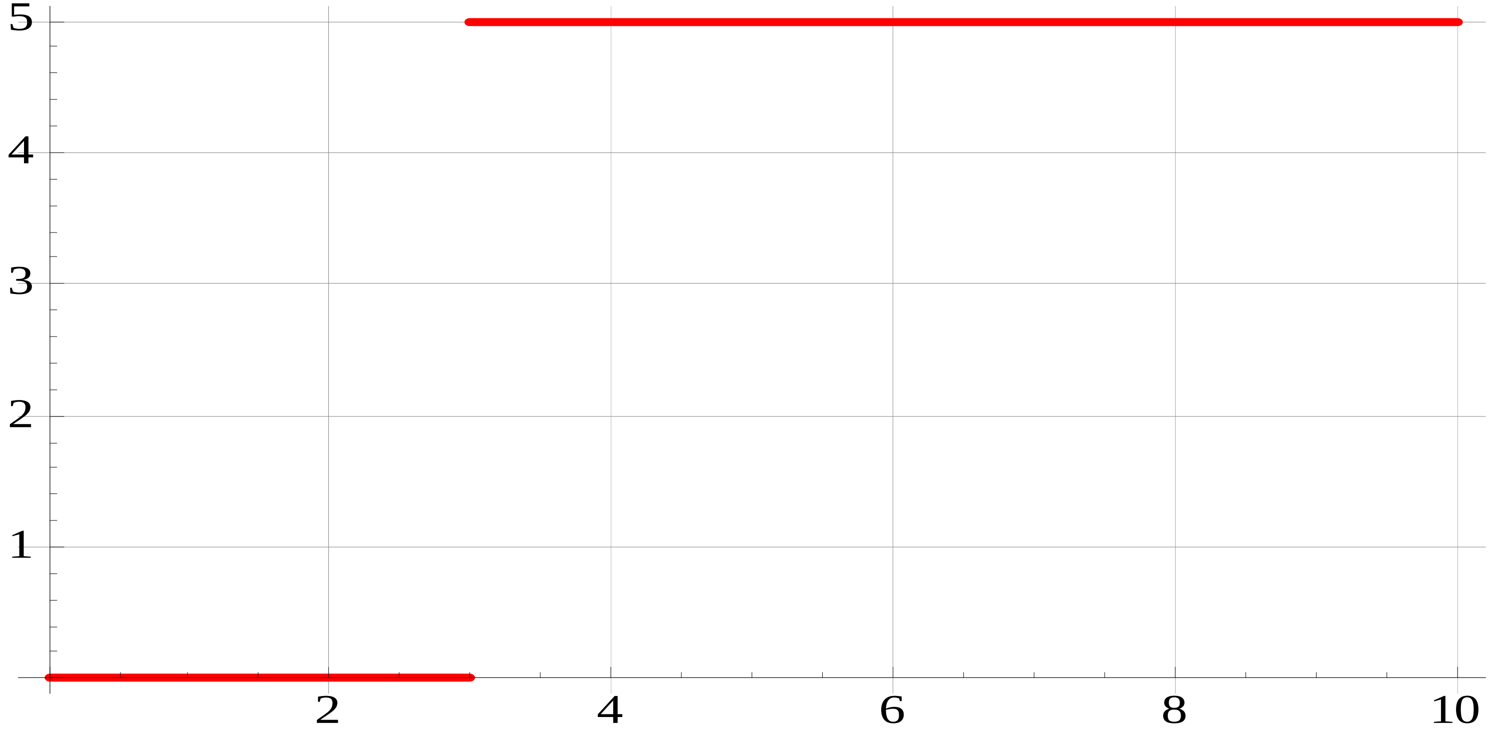


En ingeniería se representa como un escalón



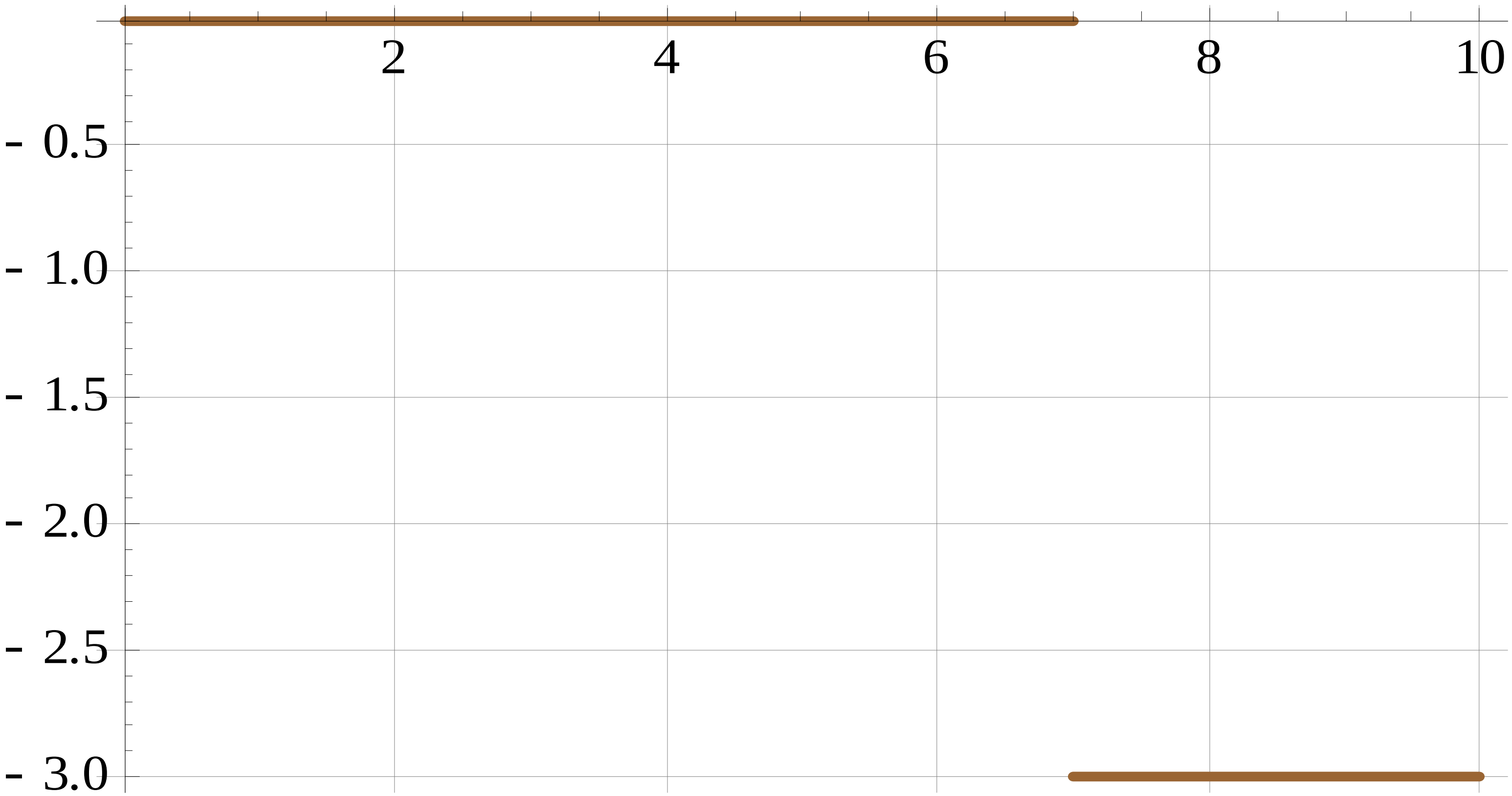
Esta función puede combinarse con cualquier otra función. Multiplicarse por un escalar

$U_1 = 5 * u(t-3)$

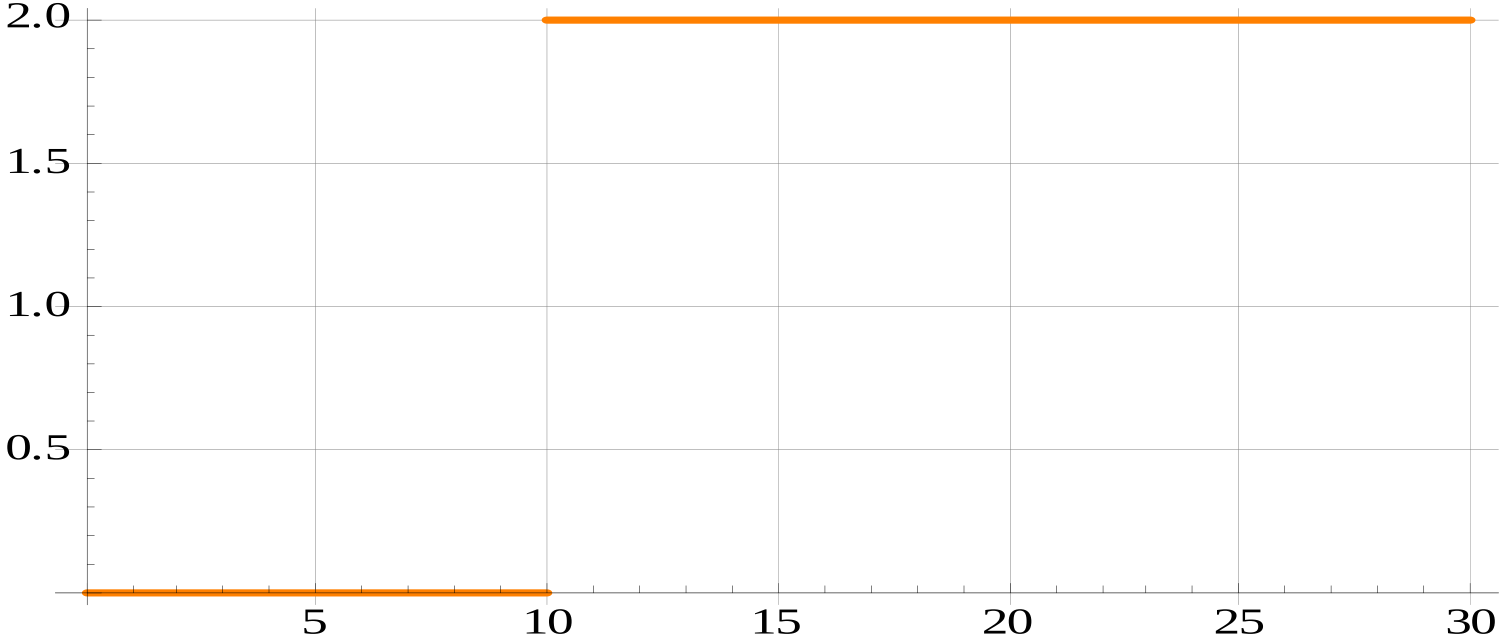


La función o el escalar puede tener signo positivo o negativo

$U_2 = -3 * u(t-7)$

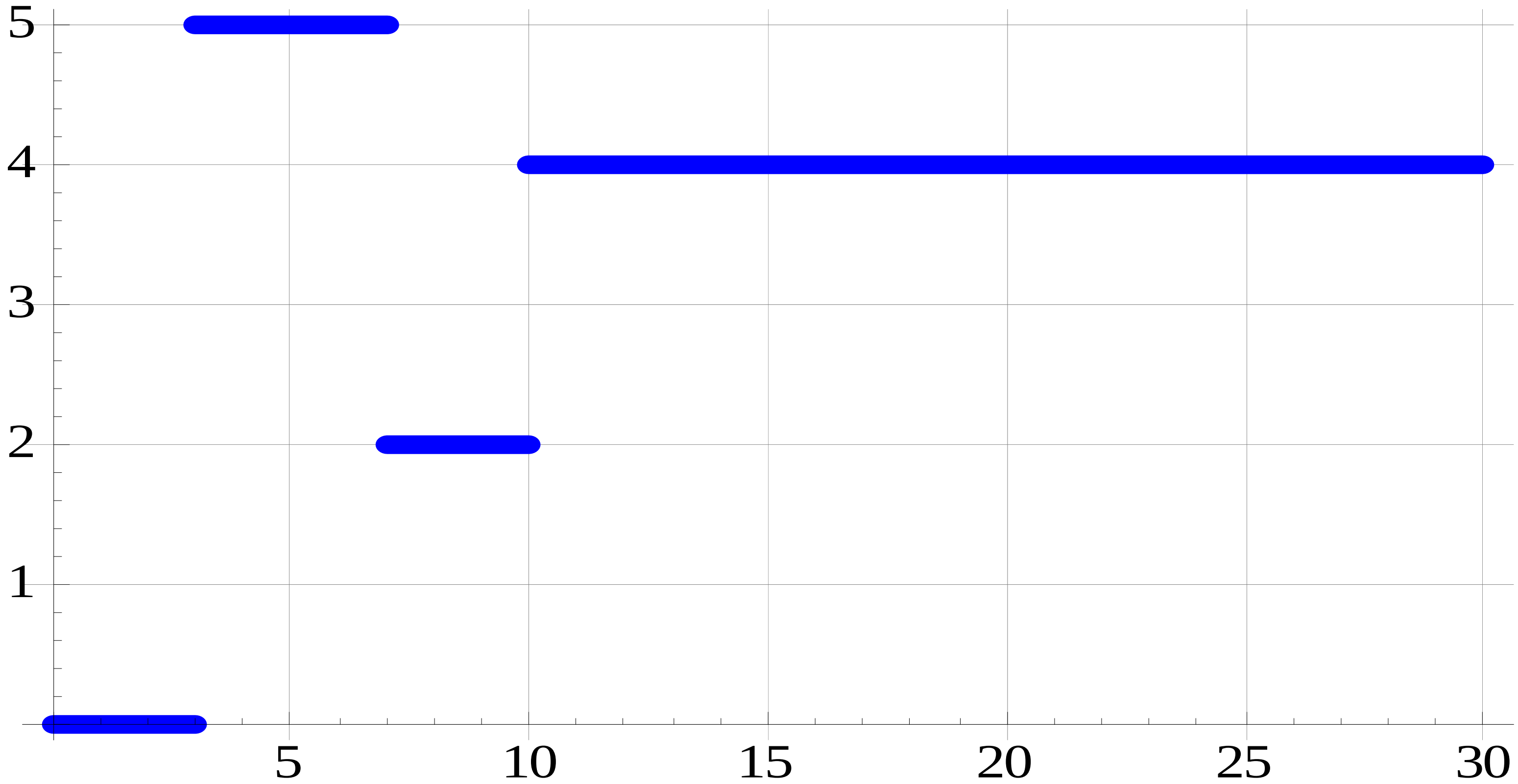


Otra función escalón
$U_3 = 2 * u(t-10)$



La suma de estas funciones escalones tiene como resultado

$f(t)= U_1+U_2+U_3= 5*u(t-3) -3*u(t-7)+ 2*u(t-10)$



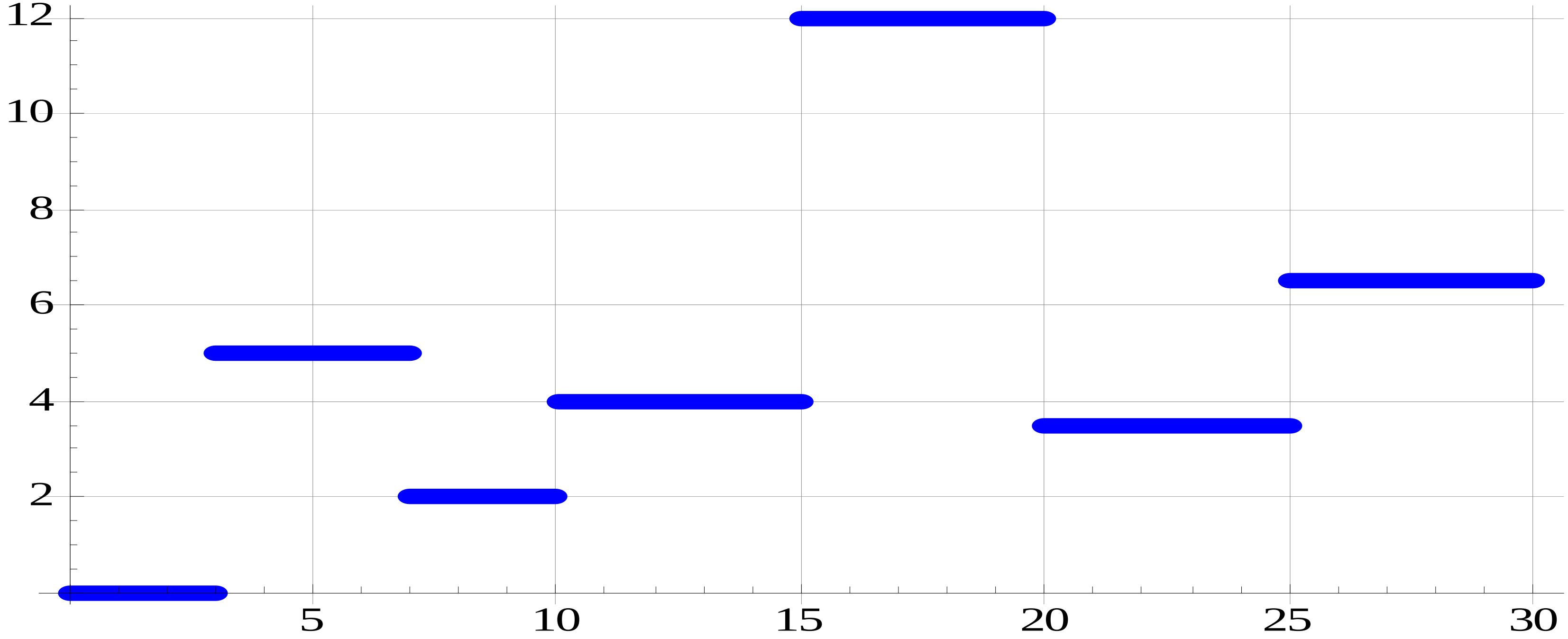
Si se definen otras tres variables escalón como:

$$U_4 = 8 * u(t-15)$$

$$U_5 = -8.5 * u(t-20)$$

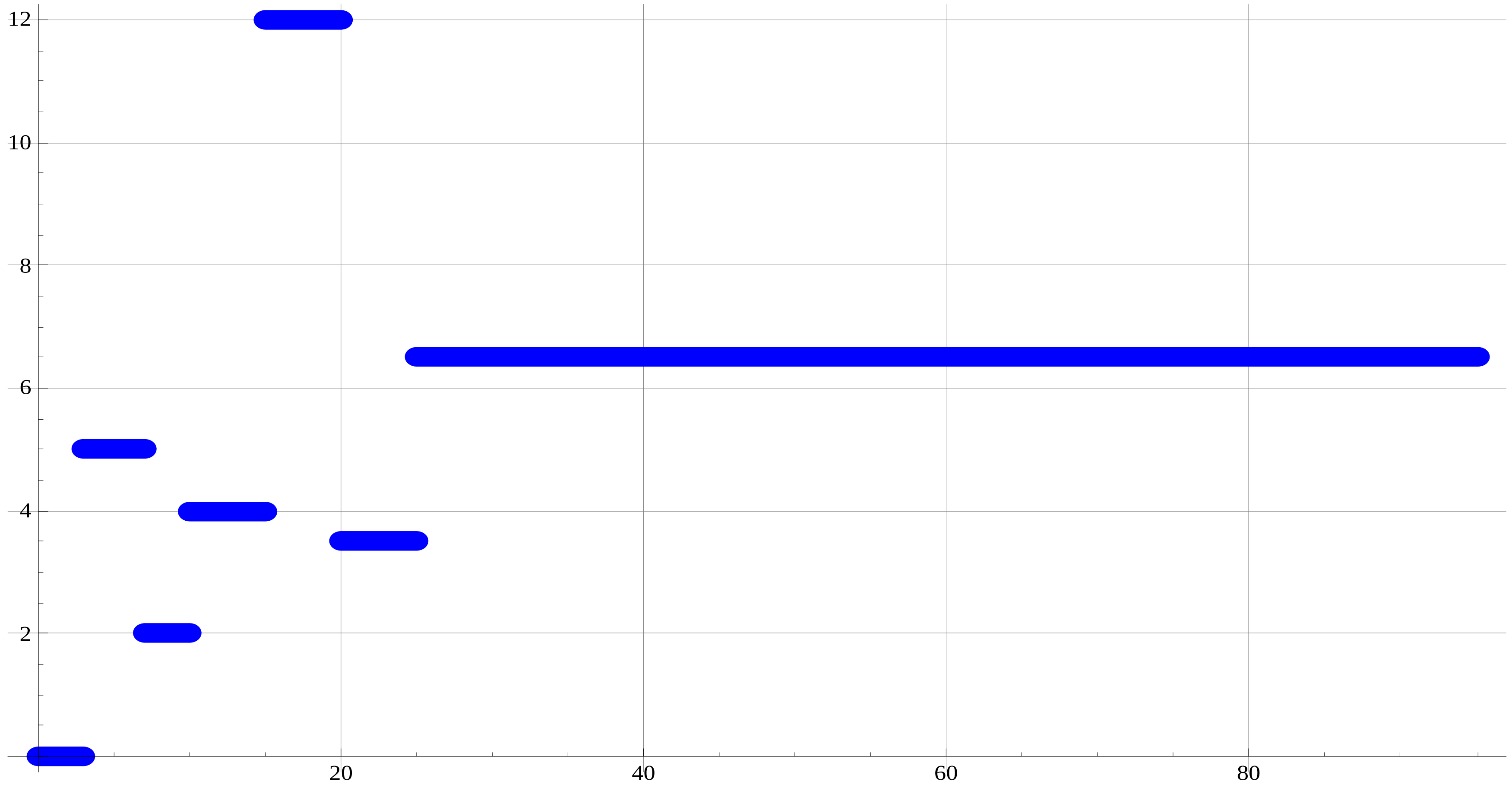
$$U_6 = 3 * u(t-25)$$

Sumándolas todas se obtiene
$f(t) = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6$



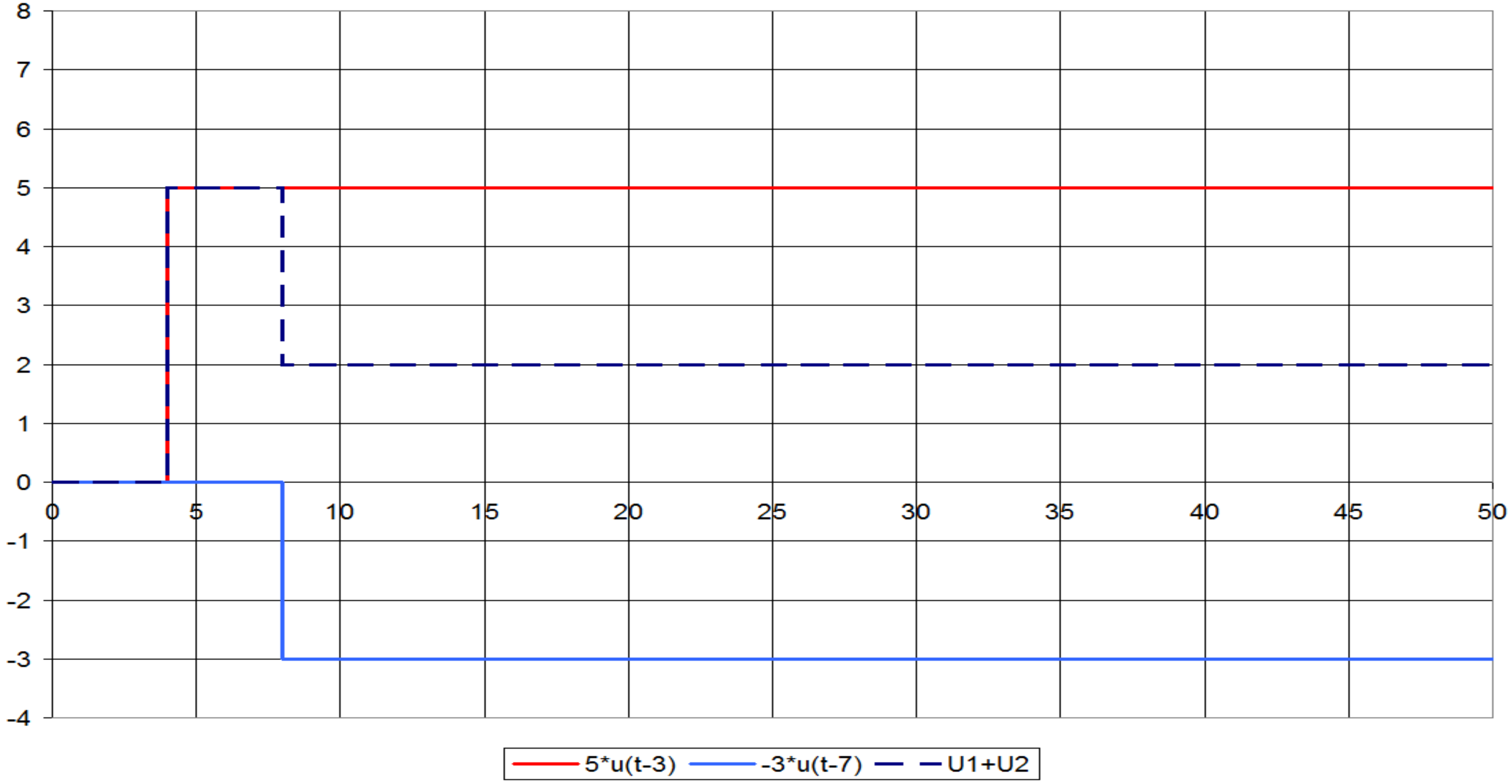
En una escala mayor de tiempo el resultado es:

$f(t)= U_1+U_2+U_3+ U_4+U_5+U_6$

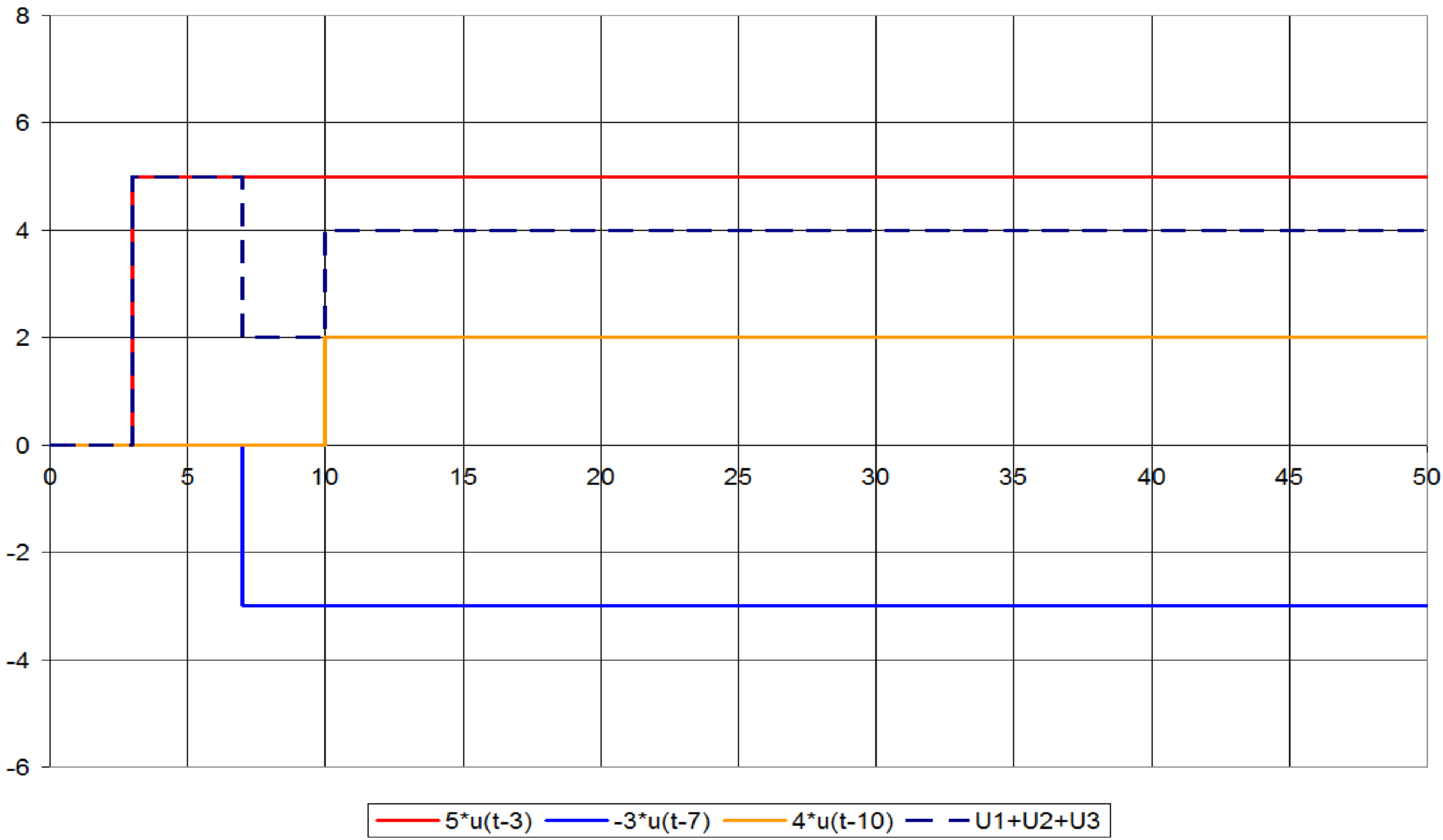


Cabe preguntarse:
¿Si estos resultados contienes toda la información?.
¿Se puede visualizar toda la historia?

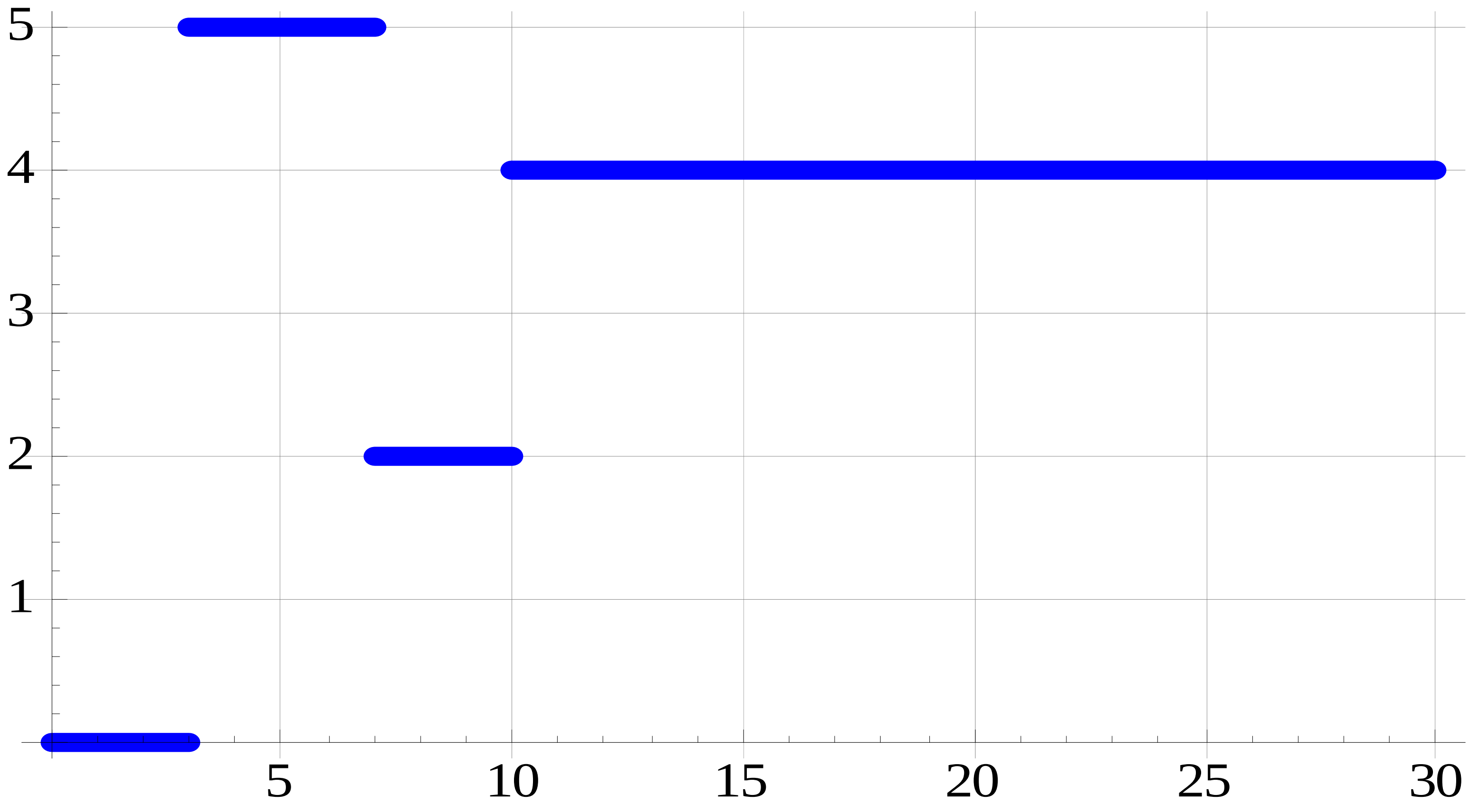
Para visualizar mejor se toma la función $f(t)= U_1+U_2$



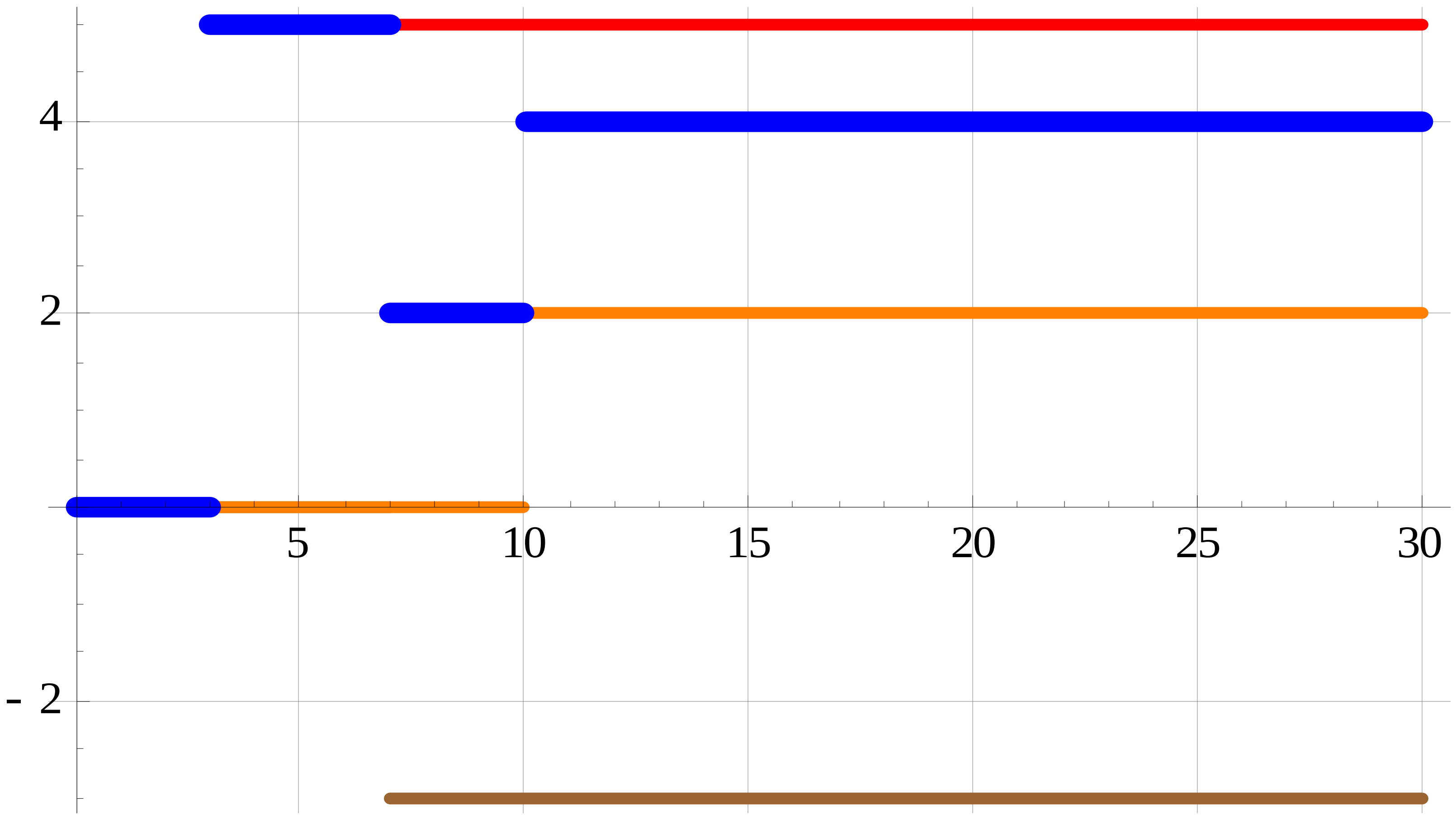
Agregando U_3 a las dos anteriores



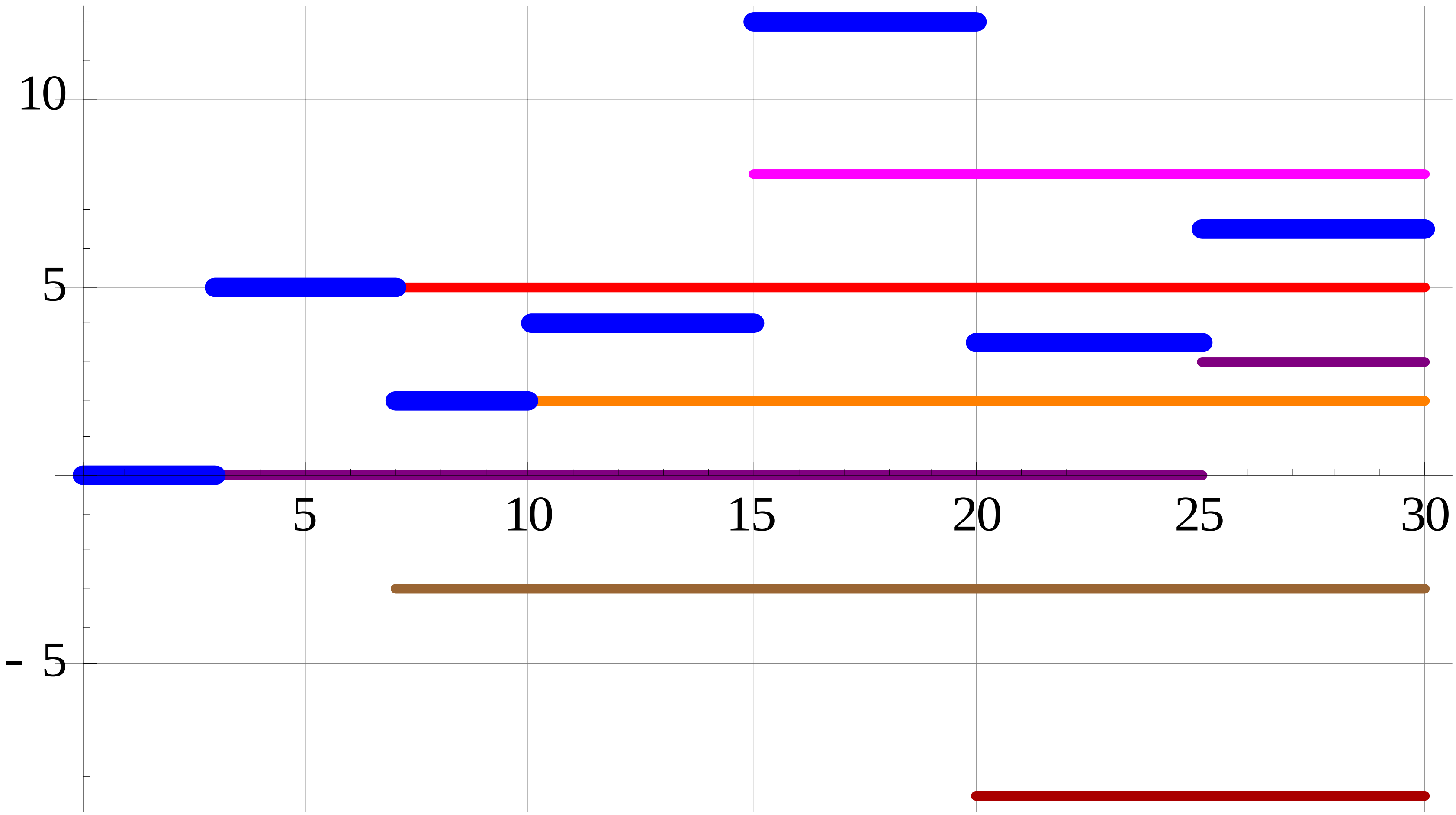
La cual es más explicativa que el resultado anterior



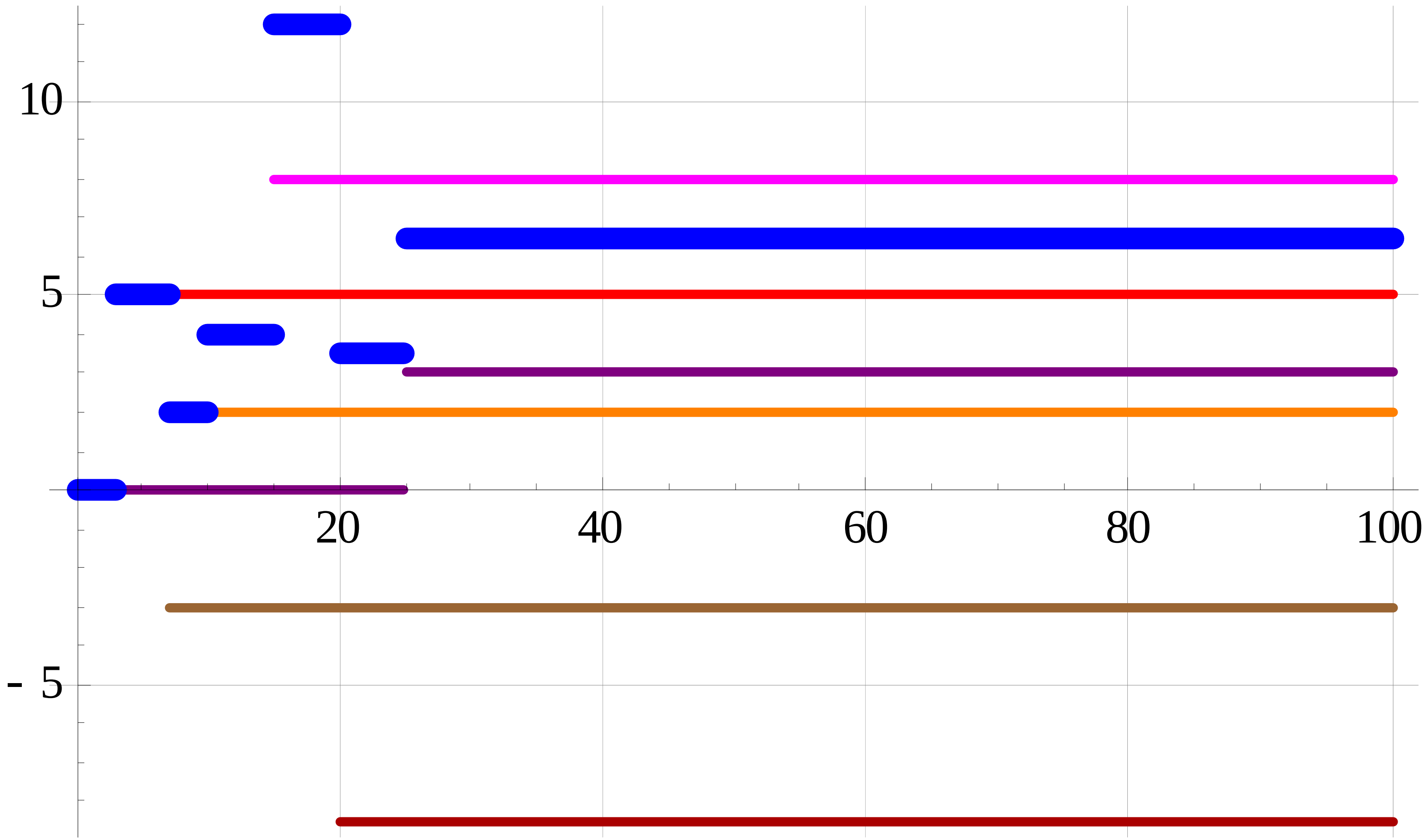
U1= 5*u(t-3), U2= -3*u(t-7), U3= 2*u(t-10), $f(t)= U_1+U_2+U_3$



U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6,
$f(t)= U_1+U_2+U_3+ U_4+U_5+U_6$

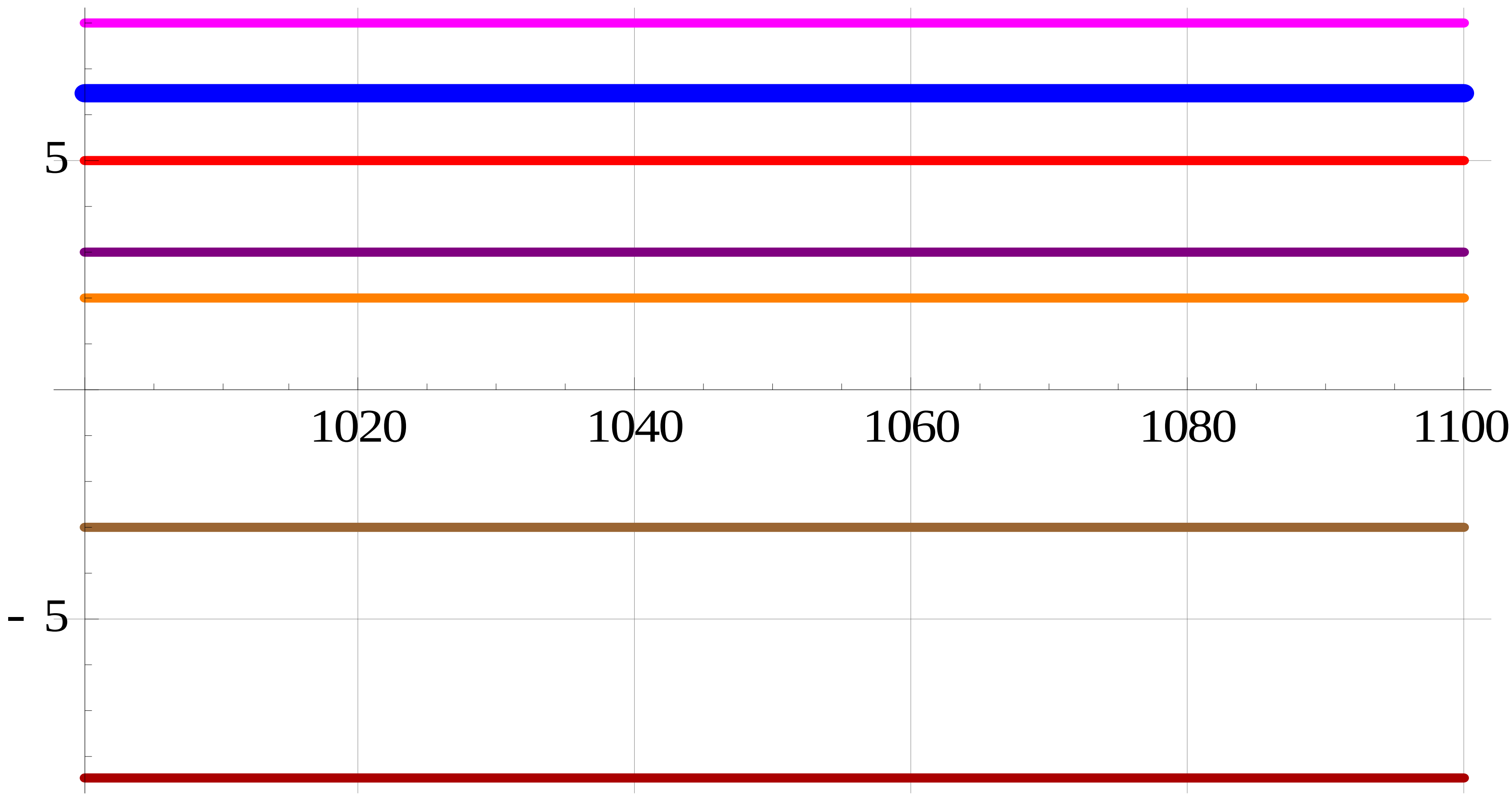


U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6,
$f(t) = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6$



U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6,

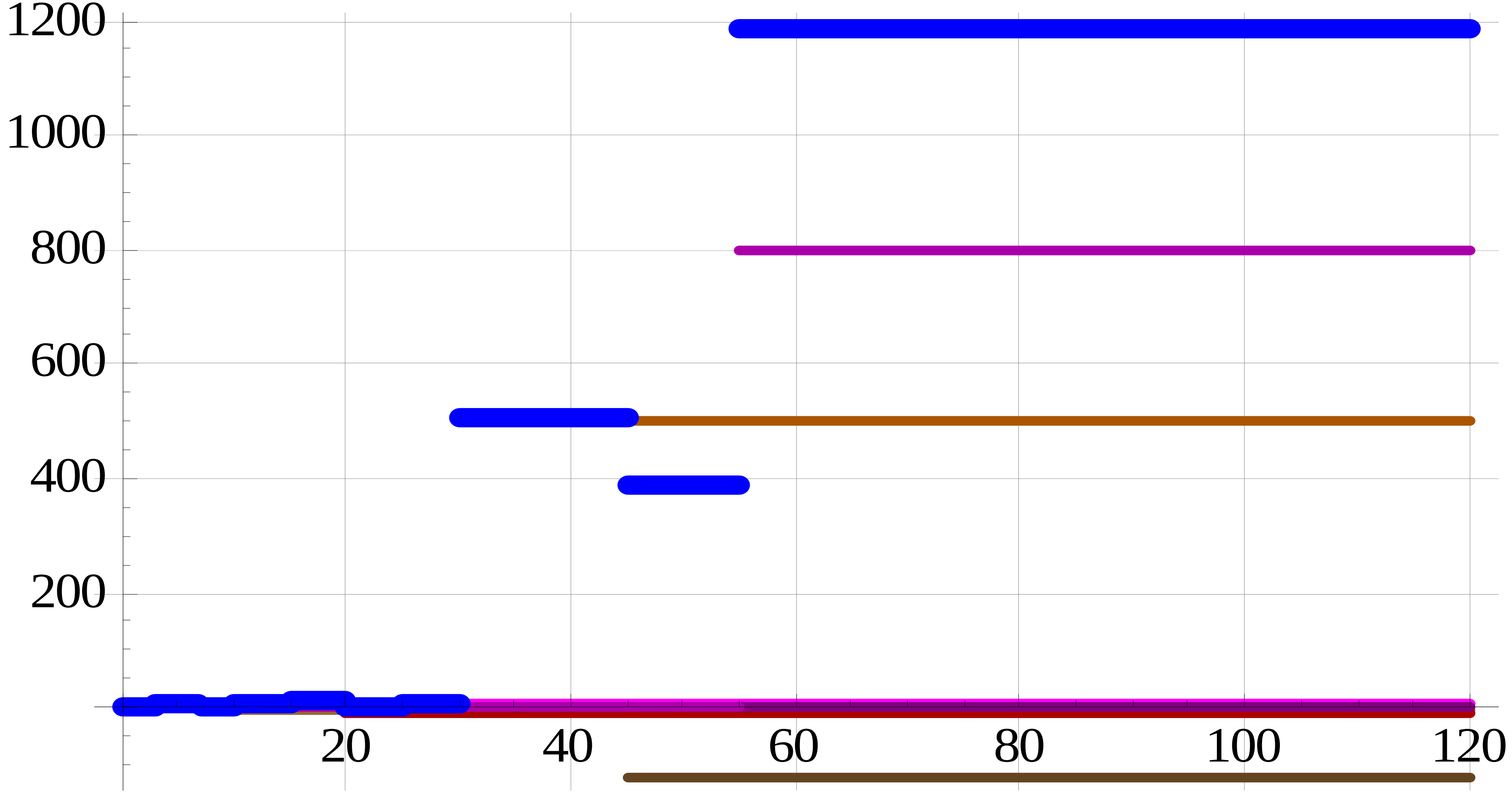
$f(t)= U_1+U_2+U_3+ U_4+U_5+U_6=5-3+2+8-8.5+3=6.5$



¿Cómo se puede reducir, eliminar, la influencia del pasado?

¿Como se puede crear un futuro más independiente del pasado?

Simplemente con un cambio de escala



CONCLUCIÓN

La función escalón es la función que rige la vida